

**Kollektive Streuung
in einem optischen Ringresonator**

Dissertation

zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von
Simone Bux
aus Überlingen

2011

Tag der mündlichen Prüfung: ...
Dekan: ...
1. Berichterstatter: ...
2. Berichterstatter: ...

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Kollektive Streuung von Licht an Atomen	6
2.1	Wechselwirkung von Licht mit Atomen	6
2.2	Superradianz mit einzelnen Photonen	9
2.2.1	Theoretisches Modell	10
2.2.2	Messungen	13
2.3	Licht-induzierte Instabilitäten der atomaren Dichte	17
2.3.1	Materiewellensuperradianz	17
2.3.2	Kollektiver atomarer Rückstoßlaser	19
2.4	Theorie der superradianten Rayleighstreuung in einem optischem Ringresonator	20
2.4.1	Empirische Theorie	20
2.4.2	Volles quantenmechanisches Modell	24
3	Das Experiment	27
3.1	Experimenteller Aufbau zur Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten . . .	27
3.2	Erzeugung eines Bose-Einstein Kondensats	28
3.3	Der optische Ringresonator	29
3.3.1	Aufbau des Ringresonators	29
3.3.2	Bestimmung der Finesse	30
3.3.3	Zweimodenstabilisierung	31
3.3.4	Bestimmung des freien Spektralbereichs	32
3.4	Der Ablauf des Experiments	40
3.4.1	Der Messzyklus	40
3.4.2	Abschalten der Falle	41
3.4.3	Die Abbildung	43
4	Messungen der kollektiven Streuung	46
4.1	Durchführung der Messungen	46
4.2	Abhängigkeit von der Laserverstimmung	49
4.3	Abhängigkeit von der Intensität	59

4.4	Zeitliches Verhalten	60
4.5	Signaturen für CARL und Materiewellesuperradianz	63
4.6	Mögliche Erweiterungen des Modells	63
5	Zusammenfassung	65
6	Ausblick	67
A	Formeltabelle	70
	Literatur	73

1 Einleitung

Unsere optische Wahrnehmung beruht auf der Streuung, Reflexion und Absorption von Licht an den Objekten, die uns umgeben. So nehmen wir zum Beispiel den Himmel auf der Erde als blau wahr. Vom Mond aus betrachtet ist er jedoch schwarz. Wie kommt dieser Unterschied zustande? Der Grund hierfür ist die Rayleighstreuung des Sonnenlichts an Partikeln in der Erdatmosphäre. Diese ist abhängig von der vierten Potenz der Lichtfrequenz. Das bedeutet, dass Licht höherer Frequenz (also blaues Licht) stärker gestreut wird als Licht kleinerer Frequenz (zum Beispiel rotes Licht). Die Weglänge, die blaues Licht in der Atmosphäre zurücklegt, ist somit kürzer als die roten Lichts. Am Tag erreichen uns verstärkt die blauen Anteile. Bei tiefen Sonnenstand jedoch erscheint die Sonne und der sie umgebende Himmel rot. Steht die Sonne nämlich flach am Horizont, so erreicht das stärker gestreute blaue Licht einen Beobachter auf der Erde nicht mehr. Nur die roten Anteile sind wahrzunehmen. Rayleighstreuung ist ein aus dem Alltag bekanntes Naturphänomen, das in dieser Arbeit genauer untersucht werden soll. Als Modellsystem dient dazu eine Wolke aus kalten oder Bose-kondensierten Atomen, welche mit einem Laserstrahl beleuchtet werden. Die Atome wirken dabei als punktförmige Antennen, welche das Licht absorbieren und reemittieren können. Elektronische Übergänge extrem hoher Güte erzeugen scharfe Resonanzfrequenzen. Im Allgemeinen nimmt man an, dass ein unpolarisierter Laserstrahl, der auf eine Atomwolke trifft, isotrop gestreut wird, also in alle Raumrichtungen mit gleicher Wahrscheinlichkeit. Dies entspricht nicht immer der Realität. Es gibt unterschiedliche Effekte, die sich auf die Spontanemission und ihre Winkelverteilung auswirken können. Eine große Rolle spielen dabei die Eigenschaften des abgestrahlten Lichtfeldes. Diese können beeinflusst werden, indem man die Vakuummoden, in die abgestrahlt werden kann, modifiziert. Bereits im Jahr 1946 beschreibt E. Purcell, wie die Wahrscheinlichkeit für die Spontanemission von Radiowellen bei Übergängen im Atomkern erhöht werden kann, indem das Atom in einen Resonator für Radiofrequenzen gebracht wird [Purcell46]. Der Grund dafür ist die Erhöhung der Zustandsdichte für die emittierten Photonen in der Resonatormode, welche die Emission verstärkt. Diese Erhöhung tritt aber nur ein, wenn die abgestrahlte Frequenz auf einer Resonanzfrequenz des Resonators liegt. Die erste experimentelle Beobachtung dieses Effekts wurde mit Rydbergatomen durchgeführt [Goy83].

Die Spontanemission kann nicht nur verstärkt, sondern auch komplett unterdrückt werden. Ist der Resonator nicht resonant zur Übergangsfrequenz des Atoms, so findet keine Emission

statt. Dies wurde im Jahre 1985 beobachtet von R. Hulet [Hulet85], der die Spontanemission eines Rydbergatoms in einem Resonator aus zwei Metallplatten untersuchte. Er beobachtete einen Einbruch der Spontanemission, sobald die Wellenlänge des Übergangs auf der Abschneidefrequenz des Resonators lag. Außerdem erhöhte sich die Lebensdauer des angeregten Zustands um einen Faktor 20. Im gleichen Jahr wurde die Unterdrückung der Spontanemission eines Elektrons in einer Penningfalle gemessen [Gabrielse85], welche von einem Mikrowellenresonator umgeben war.

Es wurden außerdem Experimente mit optischen Resonatoren durchgeführt [Heinzen87a, Heinzen87b]. Die Unterdrückung und Verstärkung der Spontanemission von Atomen in der Mode eines optischen Resonators wurde untersucht. Außerdem wurde gemessen, wie die Modifikation der Vakuummoden zu einer Verschiebung der atomaren Energieniveaus führt. Dadurch ändern sich Linienbreite und Resonanz des atomaren Übergangs.

Eine andere Möglichkeit der Unterdrückung spontaner Emission findet man in Festkörpern, welche photonische Bandlücken aufweisen [Yablonovitch87]. Ähnlich wie man in der Optik beschichtete Strukturen verwendet, um Licht bestimmter Wellenlängen zu reflektieren, wird in Festkörpern mit photonischen Bandlücken der Brechungsindex periodisch moduliert. Geschieht dies in drei Dimensionen, so ist die Propagation von Licht bestimmter Wellenlängen im Kristall unterdrückt. So kann beispielsweise die Rekombination von Elektron-Loch-Paaren unterdrückt werden, weil sich die dabei entstehenden Photonen nicht im Kristall ausbreiten können. Dieses Phänomen konnte 2011 experimentell beobachtet werden [Bleuse11, Wang11, Leistikow11].

Nicht nur eine Veränderung der Vakuummoden durch einen Resonator ändert spontane Emissionsprozesse, auch die Anwesenheit anderer Atome führt zu Modifikationen. Kollektive Effekte verändern den Streuprozess drastisch, was in [Dicke54] theoretisch beschrieben wird. Aufgrund der Tatsache, dass alle Atome an das gleiche Lichtfeld koppeln, können sie nicht mehr als unabhängig betrachtet werden, sondern alle angeregten Atome werden kollektiv spontan zerfallen. Dieser Effekt wird als „Superradianz“ bezeichnet. Die Intensität des dabei emittierten Lichtfelds skaliert mit dem Quadrat der Atomzahl.

Fortgeführt wird diese Theorie in [Scully06]. Aufgrund der Kollektivität emittieren die Atome in der Wolke verstärkt in Richtung des Pumpstrahls. Licht hat die Fähigkeit, Impuls auf streuende Objekte zu übertragen. Im Falle von resonanten Atomen ist der sogenannte Strahlungsdruck stark genug, um experimentell nachgewiesen zu werden. Durch die Untersuchung des Strahlungsdrucks in atomaren Wolken erhält man somit Informationen zum Streuprozess und dessen Beeinflussung durch kollektive Effekte. Emittieren die Atome das eingestrahelte Licht in Richtung des einfallenden Laserstrahls, so wird der Strahlungsdruck im Vergleich zur isotropen Streuung verringert. Dies zu beobachten gelang in einem Experiment in Nizza [Bienaimé10, Courteille10, Bux10], an dem ich beteiligt war, und welches im ersten Teil der vorliegenden Arbeit beschrieben wird.

Mit der Erzeugung des ersten Bose-Einstein-Kondensats (BEC) im Jahr 1995 [Anderson95, Davis95] öffnete sich ein neues spannendes Feld der Atomphysik. Dieser neue Zustand der Materie kann erreicht werden, indem ein verdünntes Gas immer weiter abgekühlt wird, bis schließlich die deBroglie-Wellen der einzelnen Atome überlappen und die Atome einen gemeinsamen Quantenzustand besetzen. Die auf diese Weise kondensierten Atome lassen sich näherungsweise mit einer gemeinsamen Wellenfunktion beschreiben. Man erhält ein makroskopisches Objekt, welches Quantencharakter hat. Sehr eindrücklich wird diese Eigenschaft bei der Beobachtung von Interferenz zweier BECs [Andrews97] dargestellt.

BECs dienen als Objekte für spannende Streuexperimente mit Photonen. Strahlt man einen Laserstrahl seitlich auf ein Kondensat ein, so führt dies zu Anregungen im Kondensat. Teile des Kondensats werden in höhere Impulsmoden gestreut und Photonen entlang der langen Achse des BECs ausgekoppelt [Inouye99]. Es bildet sich auf diese Weise ein Materiegitter, da die unterschiedlichen Impulsmoden miteinander interferieren. An diesem Gitter werden nachfolgende Photonen umgestreut. Der Prozess kann auch als Vier-Wellen-Mischung mit optischen und atomaren Moden interpretiert werden. Das Phänomen wird als Materiewelle-Superradianz oder superradiante Rayleighstreuung bezeichnet und sollte nicht mit der Dicke-Superradianz verwechselt werden.

Die Optomechanik befasst sich mit der Beeinflussung und Kontrolle der Schwerpunktbewegung makroskopischer Objekte mit Photonen. Durch Strahlungsdruck können Photonen eine mechanische Kraft ausüben. Dabei ist sowohl die Dämpfung der Bewegung möglich als auch eine periodische Anregung [Carmon05, Metzger08]. Ein Ziel der Optomechanik ist die Kühlung mechanischer Freiheitsgrade des Systems bis zum Grundzustand. Dies konnte 2011 zum ersten Mal realisiert werden [Teufel11, Chan11]. Ein guter Überblick über das Gebiet wird in [Kippenberg08, Marquardt09] geliefert (und den Zitaten darin).

Ein typisches Experiment in der Optomechanik betrachtet einen optischen Resonator, der einen beweglich gelagerten Spiegel hat. Koppelt man Licht einer festen Frequenz in den Resonator ein, so übt das Lichtfeld im Resonator einen Strahlungsdruck auf den Spiegel aus und verschiebt ihn. Dies verändert die Resonatorlänge und damit die Resonanzbedingung für das umlaufende Lichtfeld. Die Intensität im Resonator nimmt also zeitlich verzögert ab und somit die Rückwirkung auf den Spiegel. Der Spiegel erfährt auf diese Weise eine nichtkonservative Kraft. Diese gekoppelte Dynamik bietet eine Basis für zahlreiche Experimente. Beispielsweise wurde eine dünne Membran in die Resonatormode gebracht [Thompson08] und deren Dynamik untersucht. Ein Großteil der Experimente verwendet dünne Ausleger („Cantilever“) als mechanisches Element [Metzger04, Kleckner06]. Auf diesen werden die dielektrischen Resonatorspiegel befestigt. Des Weiteren wurden Versuche mit Resonatoren aus Mikrotoroiden durchgeführt, in denen sich so genannte „whispering gallery modes“ ausbilden. Diese koppeln an mechanische Schwingungen des Toroiden [Carmon05, Schliesser06].

Ein aktueller Aufbau benötigt keinen Resonator, sondern nutzt eine Membran als mechani-

schen Oszillator [Camerer11]. An dieser Membran wird ein Laserstrahl rückreflektiert, so dass sich eine stehende Welle bildet. In das Potential der Lichtwelle werden Atome geladen. Deren Bewegung ist an die Auslenkung der Membran gekoppelt. Somit kann man über die Bewegung der Atome im optischen Gitter die Bewegung der Membran auslesen oder umgekehrt die Membran in ihren Grundzustand kühlen durch Ausdämpfen der atomaren Bewegung.

Worin besteht nun der Zusammenhang zwischen unseren Experimenten mit ultrakalten Atomen und der Optomechanik? In [Brennecke08] wird ein Experiment vorgestellt, welches ein BEC in die Mode eines optischen Resonators bringt. Die Ergebnisse werden mit den Resultaten der Optomechanik in Bezug gebracht. Die Rolle des mechanischen Oszillators übernimmt eine Anregung der Dichteverteilung des Kondensats. Ist das Kondensat angeregt, so ist das Lichtfeld im Resonator unterdrückt. Zerfällt die Anregung wieder, so kann sich im Resonator ein Lichtfeld aufbauen, welches erneut zu einer Anregung des BECs führt. Im Experiment wird das Regime der starken Kopplung erreicht, was bedeutet, dass bereits eine einzelne atomare Anregung ausreicht, die Dynamik des Lichtfeldes im Resonator zu beeinflussen.

In Tübingen werden seit etwa zehn Jahren Experimente mit ultrakalten Atomen in einem optischen Resonator durchgeführt. Die Untersuchungen richteten sich dabei auf kollektive Lichtstreuung, speziell den kollektiven atomaren Rückstoßlaser (kurz CARL). Hierbei wird die wechselseitige Dynamik einer kalten Atomwolke und einer Resonatormode untersucht. Wichtig ist, dass es sich um einen Ringresonator handelt, der zwei unabhängige Umlaufrichtungen hat und in dem sich somit neben Stehwellen auch Laufwellen bilden. Durch Umstreuprozess bildet sich in der anfangs homogenen Atomwolke eine Struktur heraus, an der verstärkt Licht umgestreut wird. Dieser Selbstverstärkungsprozess wurde durch Bonifacio im Jahr 1994 beschrieben [Bonifacio94a, Bonifacio94b] und die Ähnlichkeit zwischen CARL und dem freien Elektronenlaser wurde alsbald erkannt [Bonifacio95]. Experimentell demonstriert wurde CARL zum ersten Mal durch D. Kruse [Kruse03b]. Das Schwellenverhalten wurde genauer untersucht in [vonCube04]. Beide Experimente wurde an ultrakalten Atomwolken durchgeführt.

Erst im Jahr 2006 war es möglich, in unserem Experiment BECs zu erzeugen [Slama07b, Slama07c]. Dies machte es möglich, den Zusammenhang zwischen superradianter Rayleighstreuung [Inouye99] und CARL genauer zu untersuchen. Es wurde bereits theoretisch vorhergesagt, dass beide auf dem gleichen Verstärkungsprozess beruhen [Piovella01]. S. Slama untersuchte die unterschiedlichen Regimes, in denen sich CARL und Superradianz abspielen können. Bei all diesen Experimenten war es jedoch nicht möglich, das Pumplicht von der Resonanz des Resonators zu verstimmen, da die Frequenz des Pumplichts auf eine Resonatorresonanz stabilisiert war. Dies wurde erst möglich in der Arbeit von G. Krenz [Krenz10]. In diesen Experimenten wird verstimmt eingestrahlt, allerdings immer noch entlang der Resonatorachse. Der Nachteil dabei ist, dass verstimmt wesentlich weniger Licht in den Resonator eingekoppelt wird als auf Resonanz. Aufgrund der schmalen Linienbreite ist dies ein nicht

unerheblicher Effekt.

In der vorliegenden Arbeit wurde der Aufbau derart modifiziert, dass die Atome von außerhalb der Resonatormode beleuchtet werden können. Der Pumpstrahl wird dabei verstimmt zur Resonanz des Resonators eingestrahlt. Dies hat erhebliche Auswirkungen auf die Impulsmoden, in die die Atome gestreut werden, und auf die Frequenz des gestreuten Lichts. Aufgrund der schmalen Resonanzlinie des Resonators werden nur bestimmte Impulsmoden besetzt. Das Licht des Pumpstrahls wird durch die Präsenz des Resonators umgestreut und kann im Modenvolumen des Resonators nachgewiesen werden. Die Ergebnisse dieser Arbeit wurden in "Physical Review Letters" veröffentlicht [Bux11].

Diese Arbeit ist wie folgt gegliedert. Zunächst wird ein Überblick über die Theorie der kollektiven Lichtstreuung gegeben. Dabei werden außerdem die Ergebnisse der Messungen vorgestellt, die ich in Nizza in der Gruppe von Robin Kaiser durchgeführt habe. Außerdem wird die Theorie der Streuung in den Ringresonator vorgestellt, wobei zunächst auf ein heuristisches Modell eingegangen wird, bevor die volle quantenmechanische Theorie beschrieben wird. Im dritten Kapitel folgt eine kurze Beschreibung des experimentellen Aufbaus des Resonatorexperiments, besonders des Ringresonators. In Kapitel vier werden schließlich die Messergebnisse vorgestellt und mit den Simulationen beider Modelle verglichen. Außerdem werden die Daten interpretiert. In Kapitel fünf werden die Ergebnisse meiner Arbeit zusammengefasst und im darauf folgenden Kapitel sechs wird ein Ausblick auf zukünftige Experimente gegeben.

2 Kollektive Streuung von Licht an Atomen

In diesem Kapitel wird die Streuung von Photonen an atomaren Ensembles behandelt. Zunächst wird auf den einfachsten Fall eingegangen, nämlich die Streuung eines Lichtfeldes an einem einzelnen Atom. Fundamentale Größen wie der Strahlungsdruck und die Dipolkraft werden hergeleitet. Im Folgenden wird beschrieben, wie diese Streuung, im Besonderen der Strahlungsdruck, modifiziert wird durch den Übergang von einem einzelnen Atom auf ein Ensemble von Teilchen. In diesem Zusammenhang werden die Messungen vorgestellt, die ich bei einem Aufenthalt in Nizza gemacht habe. Anschließend werden bekannte kollektive Effekte wie superradiante Rayleighstreuung und der kollektive atomare Rückstoßlaser (CARL) kurz erläutert. Zuletzt betrachten wir, wie die Anwesenheit eines optischen Resonators den Streuprozess modifiziert.

2.1 Wechselwirkung von Licht mit Atomen

Die Wechselwirkung von Photonen mit Atomen ist ein seit langem untersuchtes Thema. Im einfachsten Fall betrachtet man die Wechselwirkung eines Zweiniveausystems mit dem elektrischen Feld einer elektromagnetischen Welle [Allen75, Cohen-Tannoudji83]. Der Hamiltonoperator eines solchen Systems lässt sich in der Dipolnäherung schreiben als

$$\hat{H} = \hat{H}_a - \hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}_0, t). \quad (2.1)$$

Dabei bezeichnet \hat{H}_a den Hamiltonoperator des Atoms, $\hat{\mathbf{d}}$ den Dipoloperator des Atoms und $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}_0, t)$ den Operator des elektrischen Feldes am Ort des Atoms \mathbf{r}_0 . Das Feld wird dabei als monochromatisch angenommen, wobei sich die Frequenz des Feldes ω in der Nähe der Übergangsfrequenz ω_0 des Atoms befindet. Das Atom wird als Zweiniveausystem beschrieben, es sind also nur die beiden Zustände $|g\rangle$ (Grundzustand) und $|a\rangle$ (angeregter Zustand) interessant. Somit können wir das System in einem zweidimensionalen Hilbertraum beschreiben. In diesem hat der Hamiltonoperator die Form [Allen75]:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \hbar\omega_0 & -\mathbf{d}_{ag}^* \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}_0, t) \\ -\mathbf{d}_{ag} \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}_0, t) & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

In der semiklassischen Theorie wird das Feld als rein klassisch angenommen. Dies bedeutet, dass man Quantenkorrelationen zwischen Feld und Atom vernachlässigt. Durch den klassischen Ansatz reduzieren sich die Feldvariablen zu Erwartungswerten, $\langle \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}_0, t) \rangle = \mathbf{E}(\mathbf{r}_0, t)$. Dies macht die Beschreibung deutlich einfacher.

Zur Beschreibung der internen Zustände des Atoms verwenden wir die Dichtematrix. Diese hat die Form

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{aa} & \rho_{ga} \\ \rho_{ag} & \rho_{gg} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

mit $\rho_{ag} = \rho_{ga}^*$, $\rho_{aa} + \rho_{gg} = 1$. Die Einträge ρ_{aa} und ρ_{gg} beschreiben die Populationen in $|a\rangle$ und $|g\rangle$. Die Einträge ρ_{ag} und ρ_{ga} beschreiben die Kohärenzen, die zwischen den Zuständen bestehen.

Die Zeitentwicklung der Dichtematrix kann man auf folgende Weise bestimmen:

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{\mathbf{H}}, \hat{\rho}] - i\hbar\Gamma \begin{pmatrix} \rho_{aa} & \frac{1}{2}\rho_{ga} \\ \frac{1}{2}\rho_{ag} & -\rho_{gg} \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Dies führt auf die optischen Blochgleichungen für die Besetzungen und die Kohärenzen. Der letzte Term wird rein phänomenologisch¹ zur Dichtematrixgleichung addiert, um die in der Beschreibung nicht enthaltene Spontanemission hinzuzufügen. Γ ist dabei die Linienbreite des angeregten Zustands.

Welche Kraft übt das Lichtfeld nun auf das streuende Atom aus? Diese lässt sich berechnen gemäß

$$\mathbf{F} = -\nabla V_{\text{AL}} = -\nabla(-\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_0, t)). \quad (2.5)$$

Dabei gibt V_{AL} das Wechselwirkungspotential zwischen Atom und Lichtfeld an. In der semiklassischen Näherung genügt es, das vom Lichtfeld induzierte mittlere Dipolmoment anzugeben, welches in Richtung der Polarisation $\boldsymbol{\epsilon}$ des elektrischen Feldes schwingt:

$$\langle \mathbf{d}_{\boldsymbol{\epsilon}} \rangle = \text{tr}(\hat{\rho} \hat{\mathbf{d}}_{\boldsymbol{\epsilon}}) = \rho_{ga} \mathbf{d}_{ag} + \rho_{ag} \mathbf{d}_{ga}. \quad (2.6)$$

Das Dipolmatrixelement \mathbf{d}_{ga} koppelt die Zustände $|g\rangle$ und $|a\rangle$ resonant und kann somit geschrieben werden als

$$\mathbf{d}_{ga} = \mathbf{d}_{ag}^* = \langle g | \hat{\mathbf{d}} | a \rangle e^{i\frac{(E_g - E_a)}{\hbar}t} = \mathbf{d} \cdot e^{-i\omega_0 t}. \quad (2.7)$$

Setzt man das elektrische Feld klassisch an mit $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{E_0(\mathbf{r})}{2} \boldsymbol{\epsilon} (e^{i\omega t + i\Phi(\mathbf{r})} + c.c.)$, wobei $\boldsymbol{\epsilon}$ den Polarisationsvektor angibt, so erhält man für das Potential der Wechselwirkung zwischen

¹Der Term für die Spontanemission kann aus dem Lindblad-Theorem der Mastergleichung hergeleitet werden.

Atom und Lichtfeld V_{AL} :

$$V_{\text{AL}} \simeq -E_0(\mathbf{r}) \frac{d\epsilon}{2} \left(\rho_{ga} e^{i(\Delta t + \Phi(\mathbf{r}))} + \rho_{ag} e^{-i(\Delta t + \Phi(\mathbf{r}))} \right) \quad (2.8)$$

$$\simeq -E_0(\mathbf{r}) \frac{d\epsilon}{2} (\tilde{\rho}_{ga} + \tilde{\rho}_{ag}) . \quad (2.9)$$

Es wurde die Verstimmung $\Delta = \omega - \omega_0$ definiert. Zudem wurde die „rotating wave approximation“ (RWA) gemacht, bei der die schnell oszillierenden Terme (jene, die proportional zu $e^{i(\omega+\omega_0)t}$ sind) vernachlässigt werden.

Die mittlere Kraft kann man somit berechnen nach

$$\langle \mathbf{F} \rangle = -\nabla V_{\text{AL}} \quad (2.10)$$

$$= \frac{d\epsilon}{2} (\nabla E_0(\mathbf{r}) (\tilde{\rho}_{ga} + \tilde{\rho}_{ag}) + i E_0(\mathbf{r}) \nabla \Phi(\mathbf{r}) (\tilde{\rho}_{ga} - \tilde{\rho}_{ag})) \quad (2.11)$$

$$= \mathbf{F}_{\text{dip}} + \mathbf{F}_{\text{rad}} . \quad (2.12)$$

Die Kraft auf das Atom lässt sich also in zwei Terme aufteilen. Einer ist proportional zum Gradient des Feldes und entspricht der Dipolkraft \mathbf{F}_{dip} . Der zweite ist proportional zum Gradient der Phase des Feldes und wird auch als Strahlungsdruck \mathbf{F}_{rad} bezeichnet. Um die Gleichung (2.11) weiter zu vereinfachen, muss man den Ausdruck für die Dichtematrixelemente finden. Dazu muss Gleichung (2.4) gelöst werden bzw. die daraus resultierenden optischen Blochgleichungen. Letztendlich erhält man mit der Lösung der stationären Blochgleichungen [Gordon80, Perrin08]

$$\mathbf{F}_{\text{dip}} = -\hbar \Delta \frac{s(\mathbf{r})}{1+s(\mathbf{r})} \frac{\nabla \Omega(\mathbf{r})}{\Omega(\mathbf{r})} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{F}_{\text{rad}} = -\frac{\hbar \Gamma}{2} \frac{s(\mathbf{r})}{1+s(\mathbf{r})} \nabla \Phi(\mathbf{r}) \quad (2.14)$$

mit dem Sättigungsparameter $s(\mathbf{r}) = \frac{\Omega^2(\mathbf{r})}{2\Delta^2 + \Gamma^2/2}$. Hierbei ist $\Omega = -\frac{d\epsilon E(\mathbf{r})}{\hbar}$ die Rabi-Frequenz des Pumplichts und Γ die Linienbreite des angeregten Zustands. Die beiden Terme \mathbf{F}_{dip} und \mathbf{F}_{rad} entsprechen dem dissipativen und dem absorptiven Teil der atomaren Polarisierbarkeit. Um den Strahlungsdruck besser zu verstehen, nehmen wir das Lichtfeld als ebene Welle an ($\sim e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}$), so dass für den Gradient der Phase gilt $\nabla \Phi = -\mathbf{k}$ und außerdem Ω ortsunabhängig wird. Somit vereinfacht sich der Strahlungsdruck zu

$$\mathbf{F}_{\text{rad}} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \hbar \mathbf{k} , \quad (2.15)$$

während $\mathbf{F}_{\text{dip}} = 0$ wird. Es zeigt sich, dass $\Gamma_{\text{sp}} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s}$ die Rate für die spontane Streuung ist. Die mittlere Kraft $\mathbf{F}_{\text{rad}} = \Gamma_{\text{sp}} \hbar \mathbf{k}$ ist also nichts anderes als der Impulsübertrag $\hbar \mathbf{k}$ eines Photons auf das Atom, wobei die Wahrscheinlichkeit durch die spontane Streurrate gegeben

ist. Der Emissionsprozess erfolgt isotrop, somit spielt der damit verbundene Impulsübertrag keine Rolle für die mittlere Kraft.

Im folgenden Kapitel wird erläutert, wie der Strahlungsdruck in einem homogenen Ensemble von Atomen stark modifiziert wird. Kollektive Effekte verändern den Streuprozess und damit die auf die Atome ausgeübte Kraft. Diese weicht dann stark von den oben gewonnenen Resultaten ab.

2.2 Superradianz mit einzelnen Photonen

Die Streuung von Licht an einem ausgedehnten, dichten Objekt wie zum Beispiel einer kalten Atomwolke ist fundamental verschieden von der Streuung an einem Objekt aus einzelnen, unabhängigen Punktteilchen. Hinreichend dichte Verteilungen streuen Licht kooperativ, während in grobkörnigen Verteilungen die Streuprozesse unabhängig voneinander stattfinden. Die Körnung ist dabei bestimmt durch die Atomzahl pro räumlicher Lichtmode. Ist die Atomzahl pro Mode so klein, dass sie von einem Laserstrahl aufgelöst werden kann, so nennt man die Verteilung grobkörnig. In diesem Fall spielen stochastische Schwankungen durch die beliebige Verteilung der Atome eine Rolle. Bemerkbar macht sich dies in einer Reduzierung des Strahlungsdrucks beim Übergang von einem grob- in ein feinkörniges Medium. In diesem Kapitel soll kurz auf das theoretische Modell und die Messungen eingegangen und die Relevanz für die Messungen mit Ringresonator erläutert werden.

Im Jahre 1954 veröffentlichte Robert Dicke eine Arbeit über Superradianz, in der er die kollektive Streuung von Photonen an einer Atomwolke beschreibt [Dicke54]. Die Grundidee darin ist, dass die Spontanemission der Atome in der Wolke nicht unabhängig voneinander erfolgt, sondern dass die Emission kollektiv stattfindet, da die Atome durch das abgestrahlte Lichtfeld ihrer Nachbarn angeregt werden. Anschaulich kann man sich die Atome als kleine Antennen vorstellen, die elektromagnetische Wellen absorbieren und abstrahlen. Ist nun der Abstand der Antennen kleiner als die abgestrahlte Wellenlänge, so emittieren die Atome kohärent. Das abgestrahlte Feld ist dann proportional zur Atomzahl N , die Intensität zu N^2 . Die Abstrahlung erfolgt deutlich schneller als bei inkohärenter Streuung: Sei die Zerfallszeit eines Atoms mit γ bezeichnet, so zerfällt das Lichtfeld einer Wolke aus N solcher nah beieinander liegenden Atome mit der Rate $N\gamma$. Die N Atome verhalten sich also in dieser Hinsicht wie ein einziges großes Atom und zerfallen kollektiv.

In einer kalten Atomwolke (nicht im Bose-Einstein-Kondensat) sind die Abstände der Atome deutlich größer als λ . Wie dennoch kollektive Streuung erreicht werden kann, wird in diesem Kapitel gezeigt werden.

2.2.1 Theoretisches Modell

Ausgangspunkt unserer Betrachtung ist eine Wolke von N Zweiniveaumatomen. Jedes Atom befindet sich am Ort \mathbf{r}_j ($j = 1 \dots N$) und hat die Übergangsfrequenz ω_0 . Grundzustand und angeregter Zustand des j -ten Atoms werden die als $|g_j\rangle$ und $|a_j\rangle$ bezeichnet. Die Wolke wird durch einen Pumplaser aus Richtung \mathbf{e}_z mit der Frequenz $\omega_p = \omega_0 + \Delta_a$ beleuchtet. Die Rabifrequenz, mit der der Übergang getrieben wird, ist Ω_p , der Wellenvektor ist \mathbf{k}_p . Die Intensität sei so klein gewählt, dass stets höchstens ein Atom des Ensembles angeregt ist.

Der Hamiltonoperator der Wechselwirkung zwischen Photon und Atomen lautet [Scully06, Courteille10, Bux10]:

$$\hat{H} = \hbar \sum_{j=1}^N \left[\frac{\Omega_p}{2} \hat{\sigma}_j e^{i\Delta_a t - i\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r}_j} + h.c. \right] + \hbar \sum_{j=1}^N \sum_{\mathbf{k}} \left[g_{\mathbf{k}} \hat{\sigma}_j \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \cdot e^{i\Delta_{\mathbf{k}} t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j} + h.c. \right] \quad (2.16)$$

Hierbei bezeichnet $\hat{\sigma}_j = |g_j\rangle \langle a_j|$ den Absteigeoperator für Atom j und $\hat{a}_{\mathbf{k}}$ den Vernichtungsoperator eines Photons. $g_{\mathbf{k}} = d\sqrt{\omega_{\mathbf{k}}/(\hbar\epsilon_0 V_{\text{ph}})}$ ist die Kopplungsstärke zwischen dem Atom j und der Vakuummode mit Volumen V_{ph} und Frequenz $\omega_{\mathbf{k}} = \omega_0 + \Delta_{\mathbf{k}}$. Der erste Term des Hamiltonoperators beschreibt die Absorption des Pumphotons durch Atom j , der zweite die spontane Emission in alle Moden \mathbf{k} . Es wird angenommen, dass alle Atome gleichermaßen vom Pumplaser getroffen werden. Dephasierung aufgrund des endlichen Brechungsindex der Atomwolke oder Nahfeldeffekte werden vernachlässigt. Wir betrachten zwei Zustände der Wolke, zum einen den Grundzustand $|0\rangle_a = |g_1, \dots, g_N\rangle$ und den Zustand $|j\rangle_a = |g_1, \dots, a_j, \dots, g_N\rangle$, bei dem genau das Atom j angeregt ist. Mit diesen beiden Zuständen lässt sich der Gesamtzustand des Systems schreiben als

$$|\Psi(t)\rangle = \alpha(t) |0\rangle_a |0\rangle_{\mathbf{k}} + \sum_{j=1}^N \beta_j(t) |j\rangle_a |0\rangle_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k}} \gamma_{\mathbf{k}}(t) |0\rangle_a |1\rangle_{\mathbf{k}} . \quad (2.17)$$

Der erste Term beschreibt den Grundzustand des Systems, in dem das Atom im Grundzustand ist und noch kein Photon gestreut wurde. Der zweite Term beschreibt die Anregung des Atoms j . Im dritten Term hat das Atom das Photon in die Mode \mathbf{k} emittiert und befindet sich wieder im Grundzustand. Wir nehmen also an, dass nur Zustände mit höchstens einem angeregten Atom zu den hier beschriebenen Effekten beitragen.

Durch Einsetzen des Hamiltonoperators und des Ansatzes für die Wellenfunktion $|\Psi(t)\rangle$ in die Schrödingergleichung $\partial_t |\Psi(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar} \hat{H} |\Psi(t)\rangle$ kann man die Zeitentwicklung der Vorfaktoren α , β_j und $\gamma_{\mathbf{k}}$ berechnen. Dabei wird die Markovnäherung verwendet, das bedeutet, dass das Photon die Wolke schneller verlässt als die charakteristische Zerfallszeit des Systems. Außerdem wird das Lichtfeld als skalares Feld angenommen, somit wird die Polarisation vernachlässigt. Des weiteren wird die RWA gemacht. Die genaue Rechnung kann in [Courteille10] nachvollzogen werden. Hier soll nur das Endergebnis angegeben werden. Im Gleichgewichts-

zustand erhält man $\alpha \approx 1$ (das bedeutet, dass die Pumpmode nur unwesentlich entleert wird) und:

$$\beta^{st} \approx \frac{\sqrt{N}\Omega_p}{\Delta_a + iN\Gamma s_N} . \quad (2.18)$$

Die Größe s_N wird aus dem Mittelwert des Strukturfaktors $S_N(\mathbf{k}) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^N e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}_p)\cdot\mathbf{r}_j}$ berechnet. In der weiteren Berechnung stellt sich heraus, dass s_N die kollektive Absorption des Pumpstrahls beschreibt. Eine weitere wichtige Größe ist f_N , welche sich ebenfalls aus dem Strukturfaktor berechnen lässt. Sie beschreibt die kollektive Emission in Richtung des Pumpstrahls:

$$s_N = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta \sin\theta |S_N(\mathbf{k})|^2 \text{ und} \quad (2.19)$$

$$f_N = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta \sin\theta \cos\theta |S_N(\mathbf{k})|^2 . \quad (2.20)$$

Die Mittelung wird über den gesamten Raumwinkel durchgeführt, in den ein Photon \mathbf{k} emittiert werden kann. Der mit \mathbf{k}_p eingeschlossene Winkel wird als θ bezeichnet, ϕ ist der azimutale Winkel.

Als Messgröße dient uns die resultierende Kraft, die im Mittel auf die Atome wirkt. Berechnen kann man sie aus dem Hamiltonoperator (Gleichung (2.16)) über $\mathbf{F}_c = -\nabla_{\mathbf{r}_j} \hat{\mathbf{H}}$. Sie lässt sich in zwei Teile aufteilen, einen Term für die Absorption \mathbf{F}_a und einen Term für die Emission \mathbf{F}_e . Die resultierende Gesamtkraft ist somit [Courteille10]:

$$\mathbf{F}_c \equiv \mathbf{F}_a + \mathbf{F}_e = \hbar \mathbf{k}_p \Gamma \frac{N\Omega_p^2}{4\Delta_p^2 + N^2\Gamma^2 s_N^2} (s_N - f_N) . \quad (2.21)$$

\mathbf{F}_a ist in Pumprichtung \mathbf{k}_p gerichtet, \mathbf{F}_e ist für feinkörnige Wolken entgegen der Pumprichtung gerichtet [Scully06]. In diesem Fall ist die Emission der Photonen verstärkt nach vorne gerichtet und die Gesamtkraft kleiner als für ein einzelnes, isotrop emittierendes Atom. Vergleicht man den hier gewonnenen Ausdruck des Strahlungsdrucks mit dem Standardausdruck für ein Atom (Gleichung (2.15)) $\mathbf{F}_1 = \hbar \mathbf{k}_p \Gamma \frac{\Omega_p^2}{4\Delta_p^2 + \Gamma^2}$, so stellt man fest, dass sich die Vorfaktoren ineinander überführen lassen. Dazu muss nur die Linienbreite durch die kollektive Linienbreite $\Gamma \rightarrow N\Gamma s_N$ ersetzt werden und Ω_p durch $\sqrt{N}\Omega_p$. Der kollektive Strahlungsdruck wird zusätzlich mit der Differenz der Strukturfaktoren $s_N - f_N$ gewichtet. Dabei bezieht sich s_N auf die kollektive Absorption und f_N auf die kollektive Emission.

Für homogene Verteilungen der Atome kann bei der Berechnung des Strukturfaktors von der Summe zum Integral übergegangen werden ($s_N \rightarrow s_\infty$, $f_N \rightarrow f_\infty$). Nimmt man außerdem eine gaußförmige, sphärische Dichteverteilung der Ausdehnung $\sigma = k\sigma_r$ (wobei σ_r die radiale

Wolkengröße ist) an, so ergibt sich [Courteille10]:

$$s_\infty \approx (2\sigma)^{-2}, \quad (2.22)$$

$$f_\infty \approx s_\infty - 2s_\infty^2 \quad (2.23)$$

für $\sigma \gg 1$. Der Übergang von der Summe zum Integral wird kleinen Atomzahlen jedoch nicht gerecht, da dort die Körnung der atomaren Dichteverteilung eine größere Rolle spielt. Es kann allerdings ein analytischer Ausdruck gefunden werden, der die Grobkörnung enthält, nämlich $s_N \approx \frac{1}{N} + s_\infty$ und $f_N \approx f_\infty$. Im Term für s_N beschreibt der erste Teil die Streuung durch einzelne Atome (also das Limit für kleine Atomzahlen und Dichten) und der zweite Teil die Interferenz unterschiedlicher Streuvorgänge, also die Kooperativität. Wie in Abbildung 2.1(a) zu sehen, kommt dieser Ausdruck der numerisch berechneten Summe sehr nahe. Damit liefert das Verhältnis aus kooperativem und Einzelatom-Strahlungsdruck folgenden Ausdruck:

$$\frac{F_c}{F_1} = \frac{4\Delta_a^2 + \Gamma^2}{4\Delta_a^2 + N^2\Gamma^2 s_N^2} N \left(\frac{1}{N} + s_\infty - f_\infty \right). \quad (2.24)$$

Diese Gleichung beschreibt die Modifikation des Strahlungsdrucks sowohl durch Unordnung als auch durch kooperative Effekte.

In Abbildung 2.1(b) ist aufgetragen, wie sich der Strahlungsdruck nach Gleichung (2.24) in Abhängigkeit der Atomzahl verhält. Die blauen Kreise geben numerische Simulationen des gesamten Strahlungsdrucks wieder. Die grüne Linie stellt die analytische Lösung für isotrope Streuung dar, also $f_N = 0$. Die rote Linie ist die Kraft für kontinuierliche Dichteverteilungen. Die schwarze Kurve stellt die Lösung mit Unordnung und Kooperativität dar. Wie man sieht, nähert sie sich in den beiden Grenzfällen großer und kleiner Atomzahl jeweils der passenden anderen Kurve an: für kleine Atomzahlen dem Fall großer Unordnung, also isotroper Streuung, für große Atomzahlen dem der kooperativen Streuung, was zu einem verringerten Strahlungsdruck führt. Um den Strahlungsdruck in allen Atomzahlbereichen korrekt zu beschreiben, muss sowohl der Absorptions- als auch der Emissionsprozess berücksichtigt werden.

Ein weiterer wichtiger Effekt ist, dass bei kleinen Atomwolken und Bose-Einstein Kondensaten das Verhältnis des Wolkenradius zur Lichtwellenlänge eine Rolle spielt. Aufgrund der endlichen Ausdehnung der Wolke kommt es zu kooperativer Miestreuung [Bender10]. Es konnte gezeigt werden, dass die bei Miestreuung auftretenden Resonanzen für parabolische Dichteverteilungen noch stärker ausgeprägt sind als für Wolken mit harten Rändern [Bachelard]. Phasenverschiebungen des Pumpstrahls beim Durchgang durch die optisch dichte Wolke werden in dieser Beschreibung nicht berücksichtigt. Eine weiterführende Theorie beinhaltet allerdings auch diese [Bachelard11].

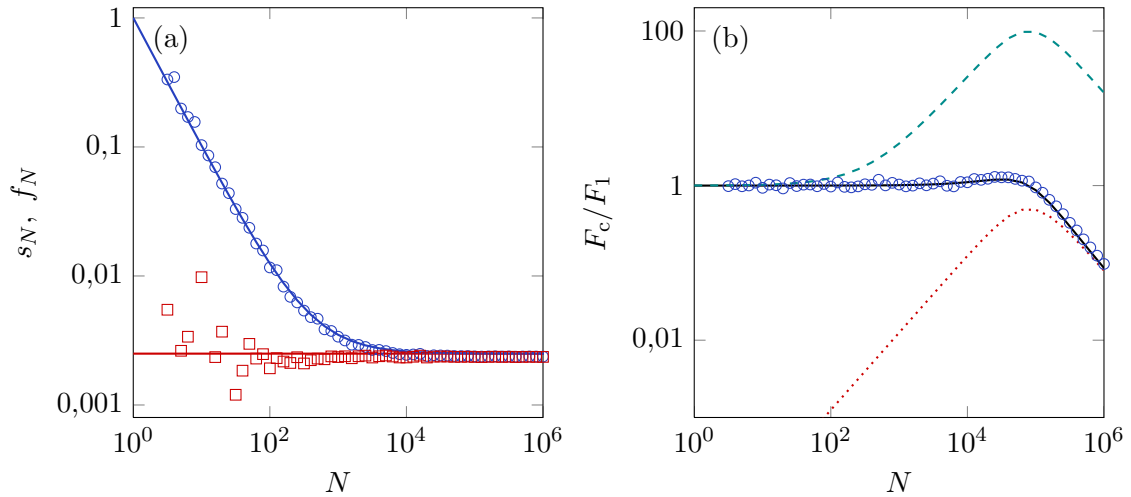


Abbildung 2.1: Vergleich zwischen analytischen und numerischen Rechnungen für $k\sigma_r = 10$. Die Abbildung ist aus [Bienaimé10] entnommen. (a) Abhängigkeit von s_N (blaue Kreise) und f_N (rote Quadrate) und dem analytischen Ausdruck $\frac{1}{N} + s_\infty$ (blaue Linie) und f_∞ (rote Linie) von der Atomzahl. Die Streuung von f_N bei kleinen Atomzahlen hat ihre Ursache in der Simulation, die für kleine Atomzahlen empfindlich auf unterschiedliche Atomkonfigurationen ist. (b) Resultierende Kraft auf eine Atomwolke bei einer Verstimmung von $\Delta_0 = -100\Gamma$. Die blauen Kreise stellen eine numerische Simulation dar. Die grün gestrichelte Linie gibt die Kraft für isotrope Streuung ($f_N = 0$) wieder, die rot gepunktete Linie die Kraft für kontinuierliche Dichteverteilungen ohne Unordnung und die blaue Linie die Gesamtkraft mit Unordnung und kooperativen Effekten.

2.2.2 Messungen

Die im vorhergehenden Kapitel beschriebene Theorie zur superradianten Streuung einzelner Photonen wurde durch Messungen motiviert, die ich gemeinsam mit Eleonora Lucioni in der Gruppe von Robin Kaiser (Institut Non Linéaire de Nice) durchgeführt habe. Da sie Vorarbeiten zu den zentralen Resultaten meiner Arbeit sind, werde ich kurz auf den Aufbau, den Messablauf und die Ergebnisse eingehen. Die Details sind in [Lucioni08] zu finden.

Die ersten Experimente wurden an einer Wolke aus kalten ^{85}Rb -Atomen durchgeführt. Diese werden zunächst in einer magnetooptischen Falle (MOT) gekühlt. Der optische Kühlübergang wird mit einem „Kühlaser“ angetrieben. Außerdem ist ein „Rückpumplaser“ notwendig, welcher die Atome aus einem nicht-resonanten Hyperfeinzustand, in welchen die angeregten Atome zerfallen können, in den Kühlübergang zurück pumpt. In unserem Experiment ist der Kühlaser ein „Distributed Feedback Laser“, kurz DFB-Laser, der durch einen „Tapered Amplifier“ (TA) verstärkt wird. Der Rückpumplaser basiert ebenfalls auf einer DFB-Diode, wurde aber nicht verstärkt. Nach einer MOT-Ladezeit von einer Sekunde gibt es eine 35 ms lange „Dark MOT-Phase“, bei der die Intensität des Rückpumplasers reduziert wird. Dadurch werden die meisten Atome in den Hyperfeinzustand transferiert, den der Kühlaser nicht erreicht, was die Dichte der Wolke erhöht. Anschließend findet eine 30 ms lange Melassephase statt, um die Atome weiter zu kühlen über den Sisyphuseffekt [Dalibard89].

Sind die Atome präpariert, so werden sie in eine optische Dipolfalle geladen. Diese wird von

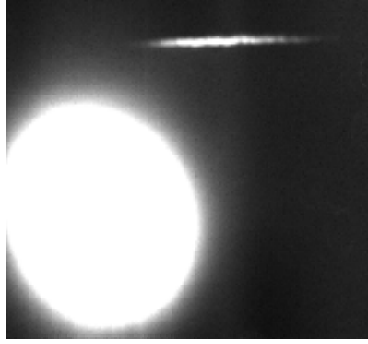


Abbildung 2.2: Fluoreszenzaufnahme einer kalten Atomwolke. Die große Wolke links sind die kalten Atome, die nicht in der Dipolfalle gefangen sind und deswegen im Gravitationsfeld der Erde fallen. Rechts oberhalb davon sieht man die im Pumpstrahl gefangenen Atome, die sich längs des Strahls ansammeln. Man erkennt, dass sich der Schwerpunkt der gefangenen Atome aufgrund des Strahlungsdrucks nach rechts verlagert hat im Vergleich zu den senkrecht nach unten fallenden ungefangenen Atomen.

einem DFB-Laser gebildet, der durch einen TA auf eine Leistung bis zu einem Watt verstärkt wurde. Der Strahldurchmesser am Ort der Atome beträgt in etwa $200\ \mu\text{m}$. Die Frequenz dieses Lasers wird mit dem Laserstrom so eingestellt, dass sie bis zu $\Delta_a = -200\ \text{GHz}$ von der D_2 -Linie ($F = 3 \rightarrow F' = 4$) entfernt liegt. Die Aufgabe dieses Dipollasers ist zweierlei: zum einen dient er dazu, die Atome gegen die Schwerkraft festzuhalten, also eine Dipolfalle zu bilden (siehe Abbildung 2.2), zum anderen übt er entlang der Strahlrichtung einen Strahlungsdruck auf die Atome aus. Somit wirkt er zugleich als Pumplaser und ist Auslöser der untersuchten Dynamik. Der Nachteil dieser Vorgehensweise ist, dass die Fallenparameter nicht unabhängig von den Parametern des Pumpstrahls wählbar sind. Eine Änderung der Atomzahl oder der Wolkengröße durch Veränderung der Fallengeometrie geht immer einher mit veränderten Eigenschaften des Pumpstrahls. Deswegen war es uns nicht möglich, systematische Messungen durchzuführen, die quantitativ mit einer Simulation vergleichbar sind. Dennoch konnte ausgemacht werden, dass für steigende Atomzahlen der Strahlungsdruck abnimmt, siehe Abbildung 2.3. Dies widerspricht der Standardformel für Strahlungsdruck auf einzelne Atome. Als Messsignal dienen die Fluoreszenzaufnahmen der kalten Atome. Dafür wird die Falle (MOT) ausgeschaltet, so dass die Atome frei expandieren können. Der Dipollaser bleibt weiter angeschaltet für die Zeit $t_{\text{dip}} = 50\ \text{ms}$, so dass ein Teil der Atome im Dipolpotential des Strahls wie in einem eindimensionalen Wellenleiter gefangen bleibt. Zur Abbildung der Atome wird erneut das Licht des MOT-Lasers angeschaltet, so dass die Atome fluoreszieren. Diese Fluoreszenz wird mit einer CCD-Kamera aufgenommen wie in Abbildung 2.2 zu sehen. Für die Bestimmung des Strahlungsdrucks wurde die Verschiebung des Schwerpunkts der im Dipolpotential gefangenen Atome relativ zum Schwerpunkt der fallenden Wolke gemessen. Da die Wechselwirkungszeit der Atome mit dem Pumplaser gut bekannt ist, kann man aus dieser Verschiebung die Kraft berechnen nach

$$\langle x \rangle = \langle x_0 \rangle + \langle v_0 \rangle t_{\text{dip}} + \frac{1}{2} \frac{F}{m_{\text{Rb}}} t_{\text{dip}}^2. \quad (2.25)$$

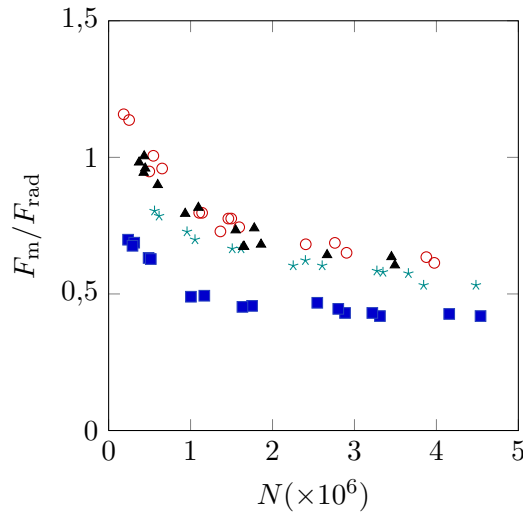


Abbildung 2.3: Mittlerer Strahlungsdruck F_m/F_{rad} auf die Atome in der Dipolfalle. Der Strahlungsdruck nimmt mit steigender Atomzahl ab. Die Laserleistung beträgt überall $I_p = 100$ mW und die Wechselwirkungszeit ist 50 ms. Die unterschiedlichen Kurven wurden bei unterschiedlicher Verstimmung aufgenommen: $\Delta_a = -76$ GHz (blaue Quadrate), $\Delta_a = -86$ GHz (grüne Sterne), $\Delta_a = -90$ GHz (rote Kreise) und $\Delta_a = -108$ GHz (schwarze Dreiecke).

Die anfängliche Geschwindigkeit ist null, außerdem wählen wir $\langle x_0 \rangle = 0$ als die Position der fallenden Wolke. So ist nur der letzte Term wichtig bei der Berechnung der Kraft:

$$F_m = \frac{2 \langle x \rangle m_{\text{Rb}}}{t_{\text{dip}}^2} . \quad (2.26)$$

Diese Kraft wird verglichen mit dem Strahlungsdruck auf ein einzelnes Atom

$$F_{\text{rad}} = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \cdot \frac{I/I_{\text{sat}}}{4(\Delta_a/\Gamma)^2} . \quad (2.27)$$

Hierbei ist $\Delta_a = \omega_p - \omega_0$ die Verstimmung des Pumplasers von der D₂-Linie und $\Gamma = 2\pi \times 6$ MHz die natürliche Linienbreite. Für das Verhältnis I/I_{sat} gilt $\frac{I}{I_{\text{sat}}} = \frac{2\Omega^2}{\Gamma^2}$, wobei Ω die Rabi-Frequenz des Übergangs ist.

Diese erstaunliche Abnahme des Strahlungsdrucks mit steigender Atomzahl war mit den bisherigen Theorien nicht erklärbar. Sättigung der Absorption oder Vielfachstreuung können ausgeschlossen werden, da die optische Dicke der Wolke bei den großen Verstimmungen zur atomaren Resonanz klein ist. Kollektive Effekte wie Materiewellensuperradianz (mehr dazu in Kapitel 2.3.1) sind aufgrund der hohen Temperaturen in der MOT vernachlässigbar, da sich keine langlebigen räumlichen Korrelationen in der Wolke aufbauen können. In weiteren Messungen in Nizza wurde dieses Verhalten quantitativ genauer untersucht [Bienaimé10]. Dafür wurde die experimentelle Vorgehensweise geändert. Zunächst wird nun mit dem Isotop ^{87}Rb gearbeitet. Die Atome werden nun nicht mehr in einer Dipolfalle gespeichert, sondern direkt aus der „Dark MOT“ fallen gelassen. Durch eine Molassephase ohne Rückpumplaser werden

alle Atome in den dunklen Zustand $F = 1$ gepumpt. Anschließend wird für 500 ns der Rückpumpplaser wieder angeschaltet. Variiert man die Intensität des Rückpumpimpulses, so kann man die Atomzahl in $F = 2$ genau einstellen. Dabei verändert man nicht die Ausdehnung der Wolke. Nachdem man auf diese Weise eine kontrollierte Anzahl von Atomen in $F = 2$ präpariert hat, wird der Pumplaser angeschaltet, der auf dem Übergang $F = 2 \rightarrow F' = 3$ stabilisiert ist. Die Pulsdauer beträgt 800 ns. Die Intensität wird für unterschiedliche Verstimmungen so angepasst, dass immer etwa 100 Photonen pro Atom gestreut werden. Auf diese Weise erfahren die Atome in $F = 2$ einen Strahlungsdruck, der sie in Einstrahlrichtung verschiebt, die Atome in $F = 1$ aber unbeeinflusst lässt. Durch Fluoreszenzaufnahmen sind die beiden Atomwolken getrennt abbildbar. Man kann daraus die Verschiebung des Schwerpunkts der beiden Wolken bestimmen und daraus den Strahlungsdruck.

Trägt man den gemessenen Strahlungsdruck über die optische Dicke $b_0 = \frac{3N}{(k\sigma_r)^2}$ auf (N ist die Atomzahl, k die Wellenzahl und σ_r die radiale Ausdehnung der Wolke) und vergleicht sie mit den Simulationen, so passen beide sehr gut aufeinander (siehe [Bienaimé10]). Für steigende optische Dicke (was bei festgehaltener Pumplichtverstimmung äquivalent ist zu steigender Atomzahl), nimmt der Strahlungsdruck ab. Außerdem ist er stets kleiner als der Strahlungsdruck auf ein einzelnes Atom.

Es sei außerdem angemerkt, dass die Form der Wolke für den Strahlungsdruck eine wichtige Rolle spielt [Bender10]. Für große homogene Wolken kann die Inhomogenität, welche sich aus der endlichen Größe der Wolke ergibt, vernachlässigt werden. Es tritt also Vorwärtsstreuung auf. Auch besonders lang gestreckte Wolken streuen bevorzugt in Vorwärtsrichtung, da sie als Lichtleiter wirken. In beiden Fällen tritt also eine Verringerung des Strahlungsdrucks gegenüber dem Fall eines einzelnen Atoms auf. Man kann jedoch auch einen verstärkten Strahlungsdruck erreichen, indem man in das Regime der Mie-Streuung vordringt. Die entsprechenden Messungen werden beschrieben in [Bender10].

Ein anderer Effekt beeinflusst ebenfalls die Streuung an einer kalten Atomwolke: Wird die Wolke von einem optischen Resonator umgeben, so erfolgt die Emission nicht mehr isotrop oder nach vorn gerichtet. Die möglichen Moden, in die gestreut werden kann, werden durch die Lage der Resonatormoden beeinflusst [Heinzen87b], das heißt, es wird bevorzugt in Richtung der Cavityachse gestreut. Dies geschieht dadurch, dass der Resonator die Winkelverteilung der Kopplungsstärke beeinflusst und damit damit die Isotropie der Zustandsdichte optischer Moden aufhebt. Das bedeutet, dass es in Richtung des (resonanten) Resonators viel mehr Moden gibt, in die hineingestreut werden kann, als in einen gleich großen Raumwinkel außerhalb des Resonators. Das hat nicht nur Einfluss auf die Raumrichtungen, in die bevorzugt gestreut wird, sondern auch auf die Gesamtstreurate und die natürliche Zerfallsbreite der atomaren Resonanz [Heinzen87b]. Das gilt für Einzelphotonenstreuung und hat (zunächst) nichts mit MWSR oder CARL zu tun. Diese Effekte beruhen auf Korrelationen zwischen aufeinanderfolgenden Streuprozessen, können allerdings ebenfalls von der anisotropen Zustandsdichte des

Resonators beeinflusst werden. Ein Resonator hoher Güte beeinflusst außerdem die Frequenzen, die gestreut werden können. Dies wird im folgenden Kapitel ausführlich erklärt.

2.3 Licht-induzierte Instabilitäten der atomaren Dichte

2.3.1 Materiewellensuperradianz

Die Materiewellensuperradianz (MWSR) oder superradiante Rayleighstreuung ist ein kollektives Streuphänomen, das im Jahre 1999 zum ersten Mal beobachtet wurde [Inouye99]. Im Experiment wird ein Laserpuls seitlich auf ein ellipsoides Bose-Einstein-Kondensat eingestrahlt. Die anfangs ruhenden Atome erfahren dadurch einen Impuls in diagonaler Richtung, außerdem werden die Pumpphotonen entlang der langen Kondensatsachse gestreut (siehe Abbildung 2.4 links). Diese Richtung ist bevorzugt, weil die Wechselwirkungszeit der Photonen mit den Atomen dort maximal ist und somit die Verstärkung am größten wird. Doch wie kommt es überhaupt zu Verstärkung? Werden Photonen aus dem Pumpstrahl in Richtung der langen Kondensatsachse gestreut, so werden Atome durch den Photonenrückstoß aus dem Impulszustand $|p\rangle = 0$ in die Zustände $|p\rangle = \pm |p_r\rangle$ mit $p_r = \sqrt{2}\hbar k$ gebracht. Diese drei Impulszustände können nun miteinander interferieren, analog zu Lichtwellen. Es bildet sich dadurch ein atomares Dichtegitter. Dessen Winkel ist so ausgerichtet, dass weitere Pumpphotonen durch Bragg-Streuung ebenfalls in Richtung der langen Achse des Kondensats umgestreut werden, was wiederum den Kontrast des Dichtegitters verstärkt. Der Prozess verstärkt sich also und die Zahl der umgestreuten Photonen steigt exponentiell an.

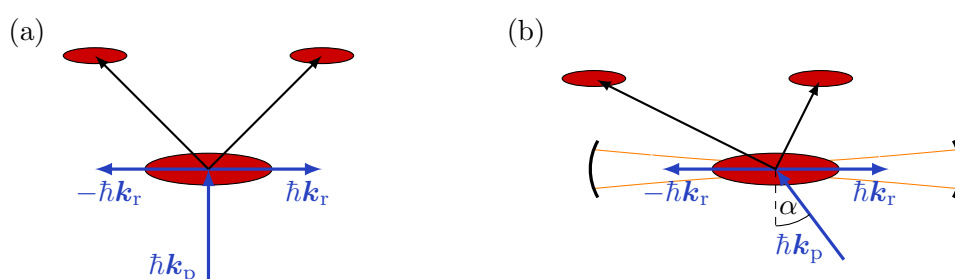


Abbildung 2.4: Schema zur Darstellung der superradianten Rayleighstreuung. In (a) ist die „klassische“ Superradianz zu sehen, bei der der Pumpstrahl senkrecht zur langen Kondensatsachse eingestrahlt wird. (b) Unser Experiment, bei dem der Winkel des Pumpstrahls um $\alpha = 37^\circ$ von der Senkrechten abweicht. Die bevorzugte Streurichtung für die Photonen wird hier durch die Lage der Resonatormode (orange) vorgegeben und nicht durch das Kondensat.

Wird der Pumpstrahl unter einem Winkel abweichend von der Normalen auf die lange Achse des BECs eingestrahlt, so wird die Entartung der Streurichtung der Photonen (rechts oder links) aufgehoben [Lu11]. Der Impulsübertrag auf die Atome ist für beide Prozesse nicht mehr

der selbe (siehe Abbildung 2.4 rechts). Die mit dem Impulsübertrag aufgrund des Dopplereffekts einhergehende Frequenzverschiebung der Photonen ist ebenfalls für beide Streurichtungen nicht mehr gleich. Schränkt man nun das Spektrum der Zustände, in die Photonen gestreut werden können, ein (z.B. durch einen Resonator), so kann man durch die Wahl der Frequenz des Pumplichts die Besetzung der Zustände steuern. Darauf soll im folgenden Kapitel genauer eingegangen werden.

Die Streurrate, mit der N_i Atome Photonen in einen Raumwinkel Φ_s streuen, ist gemäß [Inouye99] gegeben als:

$$R_{\text{sr}} = R_1 \cdot N_i \frac{N_r + 1}{2}, \quad (2.28)$$

wobei $R_1 = \sin^2 \Theta \cdot \sigma(\Delta_a) \frac{I}{\hbar \omega_p} \frac{3\Phi_s}{8\pi}$ die Streurrate eines einzelnen Atoms bezeichnet. Außerdem ist N_i die Anzahl der ruhenden Atome und N_r die Zahl der Atome, die bereits eine Rückstoßmode besetzen. Θ ist der Winkel zwischen der Polarisation des Pumplichts und der Ebene, in der die Streuung stattfindet. Mit $\sigma(\Delta_a)$ bezeichnen wir den frequenzabhängigen Streuquerschnitt, I ist die Laserintensität, ω_p die Laserfrequenz. Der Raumwinkel kann bei langen Kondensaten mit $\Phi \approx (2\eta)^{-2}$ genähert werden, wobei mit η das Aspektverhältnis (also das Verhältnis der beiden Achsen des Kondensats) bezeichnet wird. Man erkennt an Gleichung (2.28), dass aufgrund der bosonischen Stimulierung² die Streurrate linear mit der Atomzahl in der Rückstoßmode steigt. Je mehr Atome bereits gestreut wurden, desto mehr wächst die Streuung an, allerdings nur solange N_i noch nicht nennenswert entleert wurde.

Im Unterschied zum oben beschriebenen Experiment werden in unserem die Photonen in die Mode eines optischen Ringresonators gestreut, die entlang der langen Kondensatsachse verläuft. Aufgrund der hohen Güte des Resonators ist die Linienbreite der Mode schmäler als die atomare Rückstoßfrequenz. Dadurch selektiert der Resonator gewissermaßen die Besetzung höherer Impulsmoden. Dies geschieht dadurch, dass nur die Streuung jener Photonen erlaubt ist, deren durch die Streuung dopplerverschobene Frequenz noch innerhalb der Linienbreite des Resonators liegt. Andere Streuprozesse werden unterdrückt. Je nachdem, wie die Frequenz des Pumplichts relativ zur Resonatormode verstimmt ist, werden deswegen bestimmte Zustände besetzt und andere nicht. Außerdem gibt nun der Resonator die Raumrichtung vor, in welche gestreut wird und nicht mehr die Geometrie des Kondensats. Dies konnte im Experiment beobachtet werden [Bux11].

²Mit „bosonischer Stimulierung“ ist hier nicht ein Effekt aufgrund der Quantenstatistik gemeint. Es konnte in [Ketterle01] gezeigt werden, dass Superradianz nur auf der Kohärenz der beteiligten Teilchen beruht und unabhängig davon ist, ob Bosonen oder Fermionen verwendet werden. Der Ausdruck wird in dieser Arbeit verwendet, um auszudrücken, dass die Besetzung des Zielzustandes die Dynamik des Streuungsprozesses beeinflusst.

2.3.2 Kollektiver atomarer Rückstoßlaser

Beim kollektiven atomaren Rückstoßlaser (CARL) [Bonifacio94a, Bonifacio94b, Bonifacio95, Kruse03b, vonCube04, Robb04] handelt es sich um einen kollektiven Prozess, der beobachtet wird, wenn ultrakalte Atome in die Mode eines optischen Ringresonators geladen und dort einseitig mit Photonen aus der Resonatormode beleuchtet werden. Durch Umstreuung an Inhomogenitäten in der Wolke gelangt Licht in die gegenläufige Resonatormode. Die beiden Lichtfelder interferieren miteinander und bilden eine stehende Welle. Diese Stehwelle stellt ein Dipolpotential für die Atome dar, wodurch sie bei Rotverstimmung zur atomaren Resonanz in die Bäuche gezogen werden. Es wechseln sich in der Wolke also Bereiche hoher und niedriger Dichte ab. An dieser periodischen Struktur werden durch Braggstreuung weiter Pumpphotonen in die Gegenrichtung umgestreut, wodurch sich der Stehwellenkontrast erhöht und die Dichtemodulation der Wolke verstärkt wird. Es handelt sich bei CARL also um einen Selbstverstärkungsprozess. Durch den Umstreuprozess der Photonen in die entgegengesetzte Richtung, wird auf die Atome ein Impuls $\mathbf{p} = 2\hbar\mathbf{k}_{\text{ph}}$ übertragen. Die Atome werden also in Pumprichtung beschleunigt. Das umgestreute Licht erfährt dadurch eine Dopplerverschiebung, so dass auch die optische Stehwelle beginnt, sich synchron mit den beschleunigten Atomen räumlich zu verschieben. Sobald die Frequenzverstimmung der Photonen größer wird als die Linienbreite des Resonators, d.h. nach einigen 100 μs , bricht der Selbstverstärkungsprozess ab.

Der Unterschied zwischen Materiewellensuperradianz und CARL besteht darin, wie die Kohärenz zwischen den Streuprozessen gespeichert wird. Bei der Superradianz, also ohne Resonator, beträgt die Zerfallsrate eines Photons im Kondensat etwa $\kappa_{\text{sr}} = 10^{12}\text{s}^{-1}$ bei einer superradianten Verstärkungsbandbreite von $G_{\text{sr}} = 10^5\text{s}^{-1}$. Ein Photon hat also das Streuvolumen schon lange verlassen bevor der nächste Streuprozess stattfindet. Die Kohärenz kann also nicht im Lichtfeld gespeichert sein. Sie kann jedoch als Raman-Kohärenz zwischen den Impulszuständen bestehen bleiben, sofern die Atomwolke sehr kalt ist (die Breite der thermischen Impulsverteilung muss deutlich kleiner sein als das Rückstoßlimit).

Bei CARL dagegen ist die Kohärenz im Lichtfeld gespeichert. Die Zerfallsrate des Lichtes beträgt in unserem Resonator $\kappa_{\text{c}} = 2\pi \times 13,6\text{kHz}$. Die Verstärkung kann in einem großen Bereich zwischen $G \approx 2\pi \times (100 - 100 \times 10^6)\text{Hz}$ variiert werden, kann also deutlich höher als die Zerfallsrate des Lichtfelds liegen. Dies bedeutet, dass Photonen aufeinanderfolgender Streuprozesse miteinander interferieren und die Kohärenz somit im Lichtfeld des Resonators gespeichert wird. Deswegen ist CARL auch mit thermischen Wolken beobachtbar, obwohl deren Impulszustände sehr schnell verschmieren.

Trotz dieser prinzipiellen Unterschiede konnte im Jahr 2007 experimentell gezeigt werden, dass Superradianz und CARL auf dem gleichen Verstärkungsprinzip beruhen, aber in verschiedenen Parameterbereichen ablaufen [Slama07b, Slama07a, Slama07c]. Je nachdem, wie

das Verhältnis der Rückstoßfrequenz ω_r zur Resonatorlinienbreite κ_c ist, kann man von einem ins andere Regime übergehen: Ist $\omega_r < \kappa_c$, so ist man im superradianten Regime. Der Resonator hat geringen Einfluss auf die Besetzung der Impulsmoden, alle werden gleichermaßen besetzt. Auch die Experimente ohne Resonator fallen in dieses Regime. Dort lässt sich eine effektive Linienbreite κ über die Wolkengröße und Temperatur (und somit über die Verweildauer des Photons in der Wolke) definieren, mit der beschrieben wird, wie lange die Kohärenz in der Materiewelle des BEC erhalten bleibt. Ist $\omega_r > \kappa_c$, so ist man im „good-cavity“-Regime. Dort spielt die Resonatorlinienbreite eine große Rolle bei der Besetzung der Moden, die Kohärenz wird in der Lichtmode gespeichert. In diesem Bereich finden die CARL-Experimente statt.

2.4 Theorie der superradianten Rayleighstreuung in einem optischem Ringresonator

Unser Aufbau besteht aus einem optischen Ringresonator, in dessen Modenvolumen ein BEC plaziert wird. Nun wird das Kondensat (in Gegensatz zu den CARL-Messungen) von außerhalb des Resonators mit einem Pumpstrahl beleuchtet. Photonen werden in die Resonatormode umgestreut und durch den Photonenrückstoß besetzen die Atome höhere Impulsmoden. In diesem Kapitel soll zunächst eine empirische Theorie zur Beschreibung dieses Systems entwickelt werden, bevor dann im zweiten Teil ein volles quantenmechanisches Modell präsentiert wird.

2.4.1 Empirische Theorie

In diesem Kapitel soll eine empirische Theorie entwickelt werden, die zwar nicht die komplette Physik des Systems beschreibt, aber dennoch die Ergebnisse unserer Messungen zufriedenstellend wiederzugeben vermag.

Was ändert der Resonator an der superradianten Streuung? Zunächst kann man davon ausgehen, dass der Resonator im Wesentlichen die räumliche Lage der möglichen Zustände ändert, in die die Photonen umgestreut werden können. Die Wahrscheinlichkeit für die Streuung in den Raumwinkel von 4π wird reduziert um den Faktor, um den die Wahrscheinlichkeit der Streuung in den Raumwinkel der Resonatormode erhöht wird. In unserem Fall beträgt dieser Winkel $\Omega_{sc} = 8\pi/(kw_0)^2$ und ist sehr klein (hier ist k die Wellenzahl und $w_0 \simeq 100 \mu\text{m}$ die Strahltaile der Resonatormode). Der Purcellfaktor gibt an, wie die spontane Emissionsrate eines Atoms in Anwesenheit eines Resonators geändert wird. Er ist definiert als die Rate, mit der ein Atom ein Photon in eine Resonatormode emittiert, normiert auf die Streurrate im freien Raum. Trotz der hohen Finesse von $\mathcal{F} = 130\,000$ ist der Purcellfaktor unseres Resonators

aufgrund des kleinen Raumwinkels recht klein, $2\Omega_{\text{sc}}\mathcal{F}/\pi = 0.4$. Die natürliche Zerfallszeit des Atoms wird also nicht merklich verändert durch die Anwesenheit des Resonators.

Tatsächlich bestimmt der Resonator die möglichen Frequenzen, bei denen die Photonen gestreut werden können. Aufgrund der hohen Finesse beträgt die Linienbreite einer Mode nur $\kappa_{\text{c}} = 2\pi \times 13,6$ kHz. Somit wird das Spektrum der gestreuten Frequenzen auf jene reduziert, die innerhalb der Linienbreite liegen. Mathematisch lässt sich das ausdrücken durch eine Änderung der Streuraten in der Frequenz $R_{\text{cv}} = \mathcal{L}(\Delta_{\text{c}})R_{\text{sr}}$, wobei

$$\mathcal{L}(\Delta_{\text{c}}) \equiv \frac{\sqrt{1 + (2\mathcal{F}/\pi)^2}}{1 + (2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2(\Delta_{\text{c}}/\delta_{\text{fsr}})} . \quad (2.29)$$

Hier ist Δ_{c} die Verstimmung der Photonen von der Resonatorresonanz und $\delta_{\text{fsr}} = \frac{c}{L}$ der freie Spektralbereich des Resonators. Ist das Pumplicht nicht resonant zur Resonatormode, so ist $\mathcal{L} \simeq 0$ und die Streuung in die Mode wird unterdrückt. Für den resonanten Fall wird die Streurrate um den Faktor $2\mathcal{F}/\pi$ verstärkt. Der Resonator beeinflusst also den Streuprozess nicht so sehr durch die Änderung der Streurrate, sondern vielmehr durch eine Umorientierung der Streurichtung. Außerdem erwarten wir eine sehr hohe Frequenzselektivität, da die Zerfallsrate der Resonatormode κ_{c} in der Größenordnung der maximalen Rückstoßfrequenz $\omega_{\text{rec}} \equiv 2\hbar k^2/m_{\text{Rb}} = 2\pi \times 14,5$ kHz liegt.

Nun wollen wir ein Modell aufstellen, dass die Streuung von Photonen aus dem Pumpstrahl in die Resonatormoden beschreibt. Die Pumpmode wird als \mathbf{k}_{p} bezeichnet, die Resonatormode als \mathbf{k}_{r} . Eingestrahlt wird der Pumpstrahl unter einem Winkel $\alpha = 37^\circ$ zur Normalen auf die Resonatorachse. Um ein Photon aus der Pumpmode \mathbf{k}_{p} in die Resonatormode \mathbf{k}_{r} umzustreuen, wird ein Atom aus dem ursprünglichen Impulszustand \mathbf{p}_{i} in den Impulszustand \mathbf{p}_{r} gebracht. Aufgrund der Impulserhaltung erzeugt ein nach rechts gestreutes Photon einen Impulsübertrag nach links und umgekehrt. Der ursprüngliche Impuls aller Atome ist $\mathbf{p}_{\text{i}}^{\text{start}} = 0$, es findet aber auch Streuung an höheren Impulszuständen statt.

Wir benennen unsere Impulszustände mit zwei Zahlen u und v . Dabei ist u die Anzahl der an einem Atom dieses Impulszustands gestreuten Photonen, also gewissermaßen die Generation des Impulszustands. Da wir von nur zwei möglichen Streurichtungen ausgehen, können wir als weitere Zahl die Differenz v der an einem Atom dieses Impulszustands nach rechts und nach links gestreuten Photonen angeben. Dies ist möglich, da wir Entartung annehmen für Zustände, die gleich viele Photonen in beide Richtungen gestreut haben, unabhängig davon in welcher Reihenfolge die Photonen nach links oder rechts gestreut wurden. Mit dieser Benennung kann man folgende Gleichung für die atomaren Impulsmoden aufstellen:

$$\mathbf{p}_{u,v} = u\hbar\mathbf{k}_{\text{p}} - v\hbar\mathbf{k}_{\text{r}} , \quad (2.30)$$

für alle $v = -u, -u + 2, \dots, u$. Bezeichnen wir im Weiteren die nach rechts laufende Resonanzmode mit (+), die nach links mit (-). Mit Energie- und Impulserhaltung lässt sich eine Formel für die Frequenzen der gestreuten Photonen berechnen. Aus

$$\hbar \mathbf{k}_p + \mathbf{p}_i = \pm \hbar \mathbf{k}_r + \mathbf{p}_r \quad (2.31)$$

$$\text{und } \hbar \omega_p + \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} = \hbar \omega_r + \frac{\mathbf{p}_r^2}{2m} \quad (2.32)$$

folgt unter der Annahme, dass $\hbar^2 k_p^2 / 2m \approx \hbar^2 k_r^2 / 2m$:

$$\omega_r - \omega_p = \frac{1}{2m} \left(2\hbar k^2 \mp 2\hbar \mathbf{k}_r \mathbf{k}_p + 2(\pm \mathbf{k}_r - \mathbf{k}_p) \mathbf{p}_r + \frac{1}{\hbar} \mathbf{p}_r^2 \right) - \frac{\mathbf{p}_r^2}{2\hbar m} . \quad (2.33)$$

Mit der Rückstoßfrequenz $\omega_{\text{rec}} = 2\hbar k^2 / m_{\text{Rb}}$ lässt sich dies vereinfachen zu

$$\Delta\omega_{u,v,\pm} = \omega_r - \omega_p = \frac{\omega_{\text{rec}}}{2} \left(1 \mp \frac{\mathbf{k}_p \mathbf{k}_r}{k^2} \right) + \frac{1}{m} \mathbf{p}_{u-1,v} (\pm \mathbf{k}_r - \mathbf{k}_p) \quad (2.34)$$

$$= \frac{\omega_{\text{rec}}}{2} (-1 \pm \sin \alpha) (-1 + u \pm v) . \quad (2.35)$$

In Gleichung (2.34) beschreibt der erste Term den Photonenrückstoß, der zweite die Dopplerverschiebung. Mit Gleichung (2.35) kann man leicht die Frequenzkomponenten des gestreuten Lichts berechnen. Diese sind in Abbildung 2.8 für die ersten Impulszustände (u, v) blau eingetragen. Man kann erkennen, dass die Frequenzverschiebung der nach rechts gestreuten Photonen (\rightarrow Atome nach links) größer ist als die der nach links gestreuten. Aufgrund der Dopplerverschiebung nimmt der Frequenzunterschied für höhere Impulszustände zu. Des Weiteren ist zu erkennen, dass jeder Impulszustand auf unterschiedlichem Wege erreicht werden kann, das heißt mit einer unterschiedlichen Reihenfolge von gestreuten Photonen nach rechts und links. Dies macht es theoretisch möglich, durch feste Pulsfolgen mit unterschiedlichen Verstimmungen gezielt einzelnen Impulszustände zu besetzen.

Nun stellen wir eine Ratengleichung auf, mit deren Hilfe man die Messergebnisse mit guter Übereinstimmung simulieren kann. Jeder Impulszustand kann über zwei Kanäle besetzt und über zwei Verlustkanäle entleert werden. Das führt zu vier Komponenten in der Ratengleichung (siehe dazu Abbildung 2.7). Diese lautet wie folgt:

$$\dot{N}_{u,v} = \sum_{\pm} \left(R_{u-1,v\pm 1, \mp} N_{u-1,v\pm 1} \frac{N_{u,v} + 1}{2} - R_{u,v,\pm} N_{u,v} \frac{N_{u+1,v\pm 1} + 1}{2} \right) , \quad (2.36)$$

mit $R_{u,v,\pm} = \mathcal{L}(\Delta\omega_{u,v,\pm}) R_1$ und der Streurrate R_1 für ein einzelnes Atom aus Gleichung (2.28). In diesem einfachen Modell ist bosonische Stimulierung enthalten, da die Besetzung der Rückstoßmoden, in die gestreut wird, berücksichtigt wird. Allerdings wird die Kohärenz der Photonenstreuung vernachlässigt, d.h. Überlagerungszustände von Atomen in unterschiedlichen

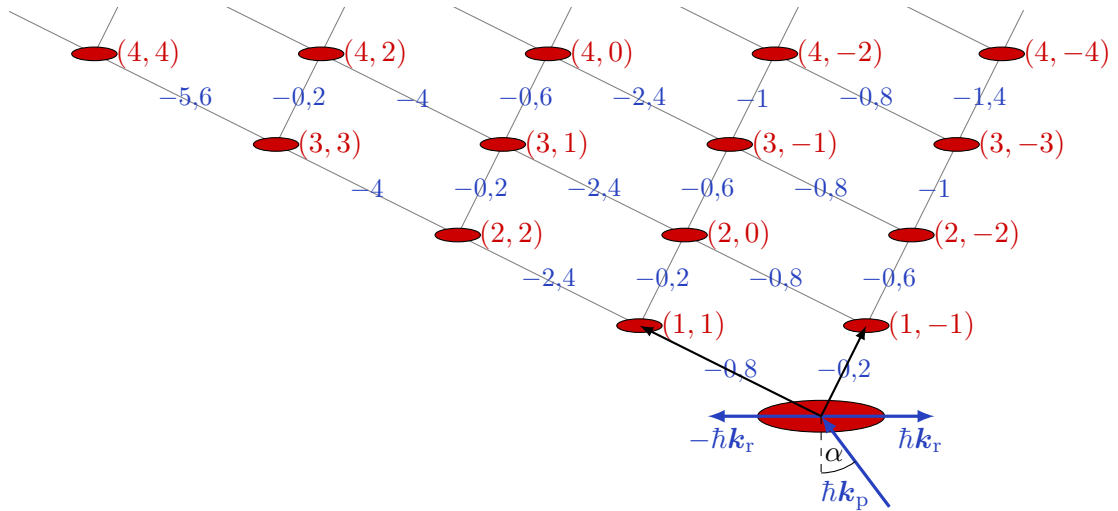


Abbildung 2.5: Impulsverteilung nach der Wechselwirkung des BECs mit einem unter $\alpha = 37$ eingestrahlenen Laserpuls. Die Impulsmoden werden mit dem roten Index (u, v) benannt. Die blauen Zahlen geben die Frequenzverschiebung der gestreuten Photonen $\Delta\omega_{u,v,\pm}$ nach Gleichung (2.35) an (in Einheiten von $\omega_{\text{rec}} = 2\pi \times 14.5$ kHz).

Rückstoßoden sind ausgeschlossen. Außerdem wird die Rückwirkung der bereits im Resonator umlaufenden Photonen auf die streuenden Atome vernachlässigt. Trotzdem kann das Ratengleichungsmodell die gemessenen Daten recht gut wiedergeben. Ein genauer Vergleich

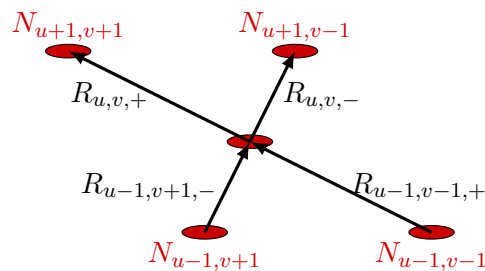


Abbildung 2.6: Schema zur Aufstellung der Ratengleichung für den Zustand $N_{u,v}$.

der Theorie mit den Messwerten erfolgt im Kapitel 4.

2.4.2 Volles quantenmechanisches Modell

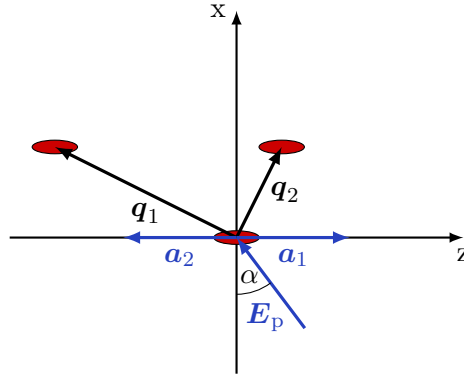


Abbildung 2.7: Skizze zur Erläuterung der gegebenen Geometrie.

In diesem Kapitel wird eine volle quantenmechanische Theorie des betrachteten Systems aufgestellt, die von N. Piovella vorgeschlagen wurde [Piovella]. Die beiden Moden des Resonators werden nun der Einfachheit halber nicht mehr mit \pm , sondern mit $(1, 2)$ bezeichnet. Sowohl die Lichtfelder $\mathbf{a}_{1,2}$ als auch der atomare Rückstoß $\mathbf{q}_{1,2}$ werden quantisiert. Das bedeutet, dass die atomaren Phasen $\hat{\theta}_{1,2} = \hat{\mathbf{q}}_{1,2} \cdot \mathbf{r}$, die Impulse $\hat{\mathbf{p}}_{1,2}$ und die Lichtfelder $\hat{\mathbf{a}}_{1,2}$ zu Operatoren werden. Die Interpretation des Operators $\hat{\theta}_{1,2}$ ist, dass sein Erwartungswert den normalisierten Ort wiedergibt. $\hat{\mathbf{p}}_{1,2}$ ist der Impulsoperator und $\hat{\mathbf{a}}_{1,2}$ der Vernichter eines Lichtquants. Der Erwartungswert von $\hat{\mathbf{p}}_{1,2}$ gibt den Impuls an. Der Erwartungswert von $\hat{\mathbf{a}}_{1,2}^\dagger \hat{\mathbf{a}}_{1,2}$ ist die Photonenzahl. Sie erfüllen die Vertauschungsregel $[\hat{\theta}_{\alpha j}, \hat{\mathbf{p}}_{\beta m}] = i\delta_{\alpha\beta} \delta_{jm}$. Das System aus dem BEC und dem Resonator mit seinen beiden Moden $\hat{\mathbf{a}}_{1,2}$ lässt sich durch folgenden Hamiltonoperator beschreiben [Piovella]:

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \sum_{j=1}^N \omega_{r1} \hat{\mathbf{p}}_{1j}^2 + \omega_{r2} \hat{\mathbf{p}}_{2j}^2 + i \frac{g\Omega_0}{2\Delta_a} \left[\hat{\mathbf{a}}_1^\dagger e^{i\hat{\theta}_{1j}} + \hat{\mathbf{a}}_2^\dagger e^{i\hat{\theta}_{2j}} - h.c. \right] + \frac{g^2}{\Delta_a} \left[\hat{\mathbf{a}}_1 \hat{\mathbf{a}}_2^\dagger e^{i(\hat{\theta}_{2j} - \hat{\theta}_{1j})} + h.c. \right] \\ &\quad - \left(\Delta_c - \frac{Ng^2}{\Delta_a} \right) \left(\hat{\mathbf{a}}_1^\dagger \hat{\mathbf{a}}_1 + \hat{\mathbf{a}}_2^\dagger \hat{\mathbf{a}}_2 \right) \\ &= \sum_{j=1}^N \hat{\mathbf{h}}_j . \end{aligned} \quad (2.37)$$

Dabei ist $\omega_{r1,2} = \omega_{\text{rec}} \left(\frac{1 \pm \sin \alpha}{2} \right)$ die Projektion von ω_{rec} auf die beiden Resonatormoden, $g = \sqrt{\frac{d^2 \omega_p}{2\epsilon_0 \hbar V}}$ die Rabifrequenz eines einzelnen Photons und $\Omega_p = \frac{dE_p}{\hbar}$ die vom Pumplicht erzeugte Rabifrequenz. Im Hamilton wird $\hbar = 1$ gesetzt. Die ersten beiden Terme beschreiben die kinetische Energie der Atome, der dritte Term (proportional zu $\frac{g\Omega_0}{2\Delta_a}$) beschreibt die Streuung eines Pumpphotons in die Resonatormode, einhergehend mit der Besetzung eines höheren Impulszustands. Der Term proportional zu $\frac{g^2}{\Delta_a}$ stellt die sogenannte CARL-Dynamik dar, also die Bildung eines Gitters zwischen den beiden Resonatormoden und die daran erfolgende Streuung von Atomen. Der letzte Term stellt einen Phasenfaktor dar.

In zweiter Quantisierung wird der Vielteilchenhamilton zu

$$\hat{H} = \int_0^{2\pi} d\theta_1 \int_0^{2\pi} d\theta_2 \hat{\Psi}^\dagger(\theta_1, \theta_2) \hat{h} \hat{\Psi}(\theta_1, \theta_2) \quad (2.38)$$

mit der Wellenfunktion $\hat{\Psi}$. Mittels der Heisenberggleichung lässt sich daraus dann die Zeitabhängigkeit der Besetzung der Impulsmoden und der Felder berechnen:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{a}_1}{dt} &= \frac{1}{i\hbar} [\hat{a}_1, \hat{H}] = \frac{1}{i\hbar} \frac{\partial \hat{H}}{\partial \hat{a}_1^\dagger} \\ &= \frac{1}{i\hbar} \int_0^{2\pi} d\theta_1 \int_0^{2\pi} d\theta_2 \hat{\Psi}^\dagger(\theta_1, \theta_2) \left\{ i \frac{g\Omega_0}{2\Delta_a} e^{i\theta_1} + \frac{g^2}{\Delta_a} \hat{a}_2 e^{-i(\theta_2-\theta_1)} - \left(\Delta_c - \frac{Ng^2}{\Delta_a} \right) \hat{a}_1 \right\} \hat{\Psi}(\theta_1, \theta_2) \end{aligned} \quad (2.39)$$

Man definiert die Vernichtungsoperatoren $\hat{c}_{m,n}$ der beiden Impulsmoden $\mathbf{p}_{1,2}$ mittels des Ansatzes für die Wellenfunktion

$$\hat{\Psi}(\theta_1, \theta_2) = \sum_{m,n} \hat{c}_{m,n} u_m(\hat{\theta}_1) u_n(\hat{\theta}_2) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m,n} \hat{c}_{m,n} e^{im\hat{\theta}_1} e^{in\hat{\theta}_2}. \quad (2.40)$$

Somit lassen sich die Integrale in Kroneckersymbole umformen ($\int_0^{2\pi} e^{imx} dx = 2\pi\delta_{m,0}$). So reduzieren sich die Summen auf einen Index und man erhält:

$$\frac{d\hat{a}_1}{dt} = \frac{g\Omega_0}{2\Delta_a} \sum_{m,n} \hat{c}_{m,n}^\dagger \hat{c}_{m-1,n} - i \frac{g^2}{\Delta_a} \hat{a}_2 \sum_{m,n} \hat{c}_{m,n}^\dagger \hat{c}_{m-1,n+1} + i \left(\Delta_c - \frac{Ng^2}{\Delta_a} \right) \hat{a}_1 \quad (2.41a)$$

$$\frac{d\hat{a}_2}{dt} = \frac{g\Omega_0}{2\Delta_a} \sum_{m,n} \hat{c}_{m,n}^\dagger \hat{c}_{m,n-1} - i \frac{g^2}{\Delta_a} \hat{a}_1 \sum_{m,n} \hat{c}_{m,n}^\dagger \hat{c}_{m+1,n-1} + i \left(\Delta_c - \frac{Ng^2}{\Delta_a} \right) \hat{a}_2 \quad (2.41b)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{c}_{m,n}}{dt} &= -i(\omega_{r1}m^2 + \omega_{r2}n^2) \hat{c}_{m,n} + \frac{g\Omega_0}{2\Delta_a} \left[\hat{a}_1^\dagger \hat{c}_{m-1,n} + \hat{a}_2^\dagger \hat{c}_{m,n-1} - \hat{a}_1 \hat{c}_{m+1,n} - \hat{a}_2 \hat{c}_{m,n+1} \right] \\ &\quad - i \frac{g^2}{\Delta_a} \left[\hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger \hat{c}_{m+1,n-1} + \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 \hat{c}_{m-1,n+1} \right] + i \left(\Delta_c - \frac{Ng^2}{\Delta_a} \right) \left(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \right) \hat{c}_{m,n} \end{aligned} \quad (2.41c)$$

In Gleichung (2.41c) kann der letzte Term (proportional zu $(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2)$) vernachlässigt werden, da er nur einen globalen Phasenfaktor darstellt. In den Gleichungen für die Felder (2.41a) und (2.41b) muss der Zerfall der Resonatormode mit κ_c künstlich eingefügt werden. Letztendlich lauten die Bewegungsgleichungen:

$$\frac{d\hat{a}_1}{dt} = \frac{g\Omega_0}{2\Delta_a} \sum_{m,n} \hat{c}_{m,n}^\dagger \hat{c}_{m-1,n} - i \frac{g^2}{\Delta_a} \hat{a}_2 \sum_{m,n} \hat{c}_{m,n}^\dagger \hat{c}_{m-1,n+1} + i \left(\Delta_c - \frac{Ng^2}{\Delta_a} \right) \hat{a}_1 - \kappa_c \hat{a}_1 \quad (2.42a)$$

$$\frac{d\hat{a}_2}{dt} = \frac{g\Omega_0}{2\Delta_a} \sum_{m,n} \hat{c}_{m,n}^\dagger \hat{c}_{m,n-1} - i \frac{g^2}{\Delta_a} \hat{a}_1 \sum_{m,n} \hat{c}_{m,n}^\dagger \hat{c}_{m+1,n-1} + i \left(\Delta_c - \frac{Ng^2}{\Delta_a} \right) \hat{a}_2 - \kappa_c \hat{a}_2 \quad (2.42b)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{c}_{m,n}}{dt} = & -i(\omega_{r1}m^2 + \omega_{r2}n^2) \hat{c}_{m,n} + \frac{g\Omega_0}{2\Delta_a} \left[\hat{a}_1^\dagger \hat{c}_{m-1,n} + \hat{a}_2^\dagger \hat{c}_{m,n-1} - \hat{a}_1 \hat{c}_{m+1,n} - \hat{a}_2 \hat{c}_{m,n+1} \right] \\ & - i \frac{g^2}{\Delta_a} \left[\hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger \hat{c}_{m+1,n-1} + \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 \hat{c}_{m-1,n+1} \right] \end{aligned} \quad (2.42c)$$

Die Terme, die proportional zu $\frac{g\Omega_0}{2\Delta_a}$ sind, geben jeweils die Streuung eines Photons aus dem Pumpstrahl in die Mode \hat{a}_1 bzw. \hat{a}_2 an, verbunden mit der Besetzung eines zugehörigen Impulszustandes $\hat{c}_{m,n}$. Die Terme proportional zu $\frac{g^2}{\Delta_a}$ geben die CARL-Dynamik an, also die Streuung aus der einen Resonatormode in die jeweils andere durch die Atome. Im Kapitel 4 wird auf diese Terme Bezug genommen, wenn von Simulationen mit oder ohne Gitterterm gesprochen wird. Sie beschreiben das Gitter, welches im Resonator aufgebaut wird aufgrund der Umstreuung zwischen beiden Umlaufmoden, und die damit verbundene Rückwirkung auf die Atome.

Die Gleichungen (2.42) können mit Matlab simuliert werden, indem das Runge-Kutta-Verfahren erster Ordnung angewendet wird. Für die Simulationen wird der Quantencharakter der Operatoren vernachlässigt, stattdessen werden komplexe Größen verwendet. Das Betragsquadrat $|a_{1,2}|^2$ gibt dabei die Photonenzahl in den Moden (1, 2) an. Das Betragsquadrat $|c_{m,n}|^2$ gibt die Besetzung des Impulszustands (m, n) an. Die Ergebnisse der Simulationen werden in Kapitel 4 zusammen mit den Messungen präsentiert.

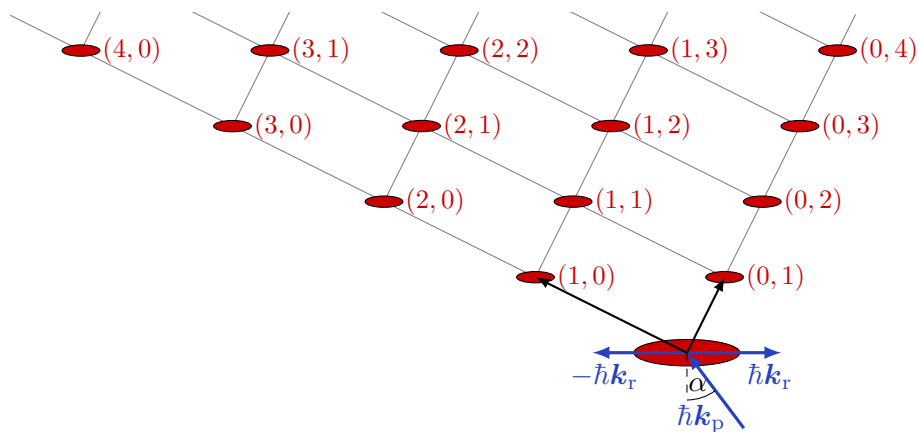


Abbildung 2.8: Impulsverteilung nach der Wechselwirkung des BECs mit einem unter $\alpha = 37$ eingestrahlenen Laserpuls. Das Bild dient zur Verdeutlichung der Indizes (m, n) , welche im quantenmechanischen Modell verwendet werden.

3 Das Experiment

In diesem Kapitel wird der Aufbau der Apparatur beschrieben. Zunächst wird dabei auf das Vakuumsystem eingegangen, dann wird das Kernstück unseres Experiments vorgestellt, der optische Ringresonator. Zuletzt wird der Messablauf beschrieben. Die Apparatur wurde im Detail bereits erläutert in [Slama07a] und [Krenz10], deswegen soll hier eine kurze Beschreibung genügen.

3.1 Experimenteller Aufbau zur Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten

Unsere Experimente finden im Ultrahochvakuum (UHV) statt, das bedeutet bei einem Druck von 3×10^{-12} bis 1×10^{-11} mbar. Der Grund hierfür ist, dass durch Stöße mit Restgasatomen die Speicherzeit der ultrakalten Atome in der magnetischen Falle stark verringert wird. Man möchte also möglichst wenig Restgas in der Kammer haben. Dies erfordert eine spezielle Vakuumtechnik.

Unser Vakuumsystem ist aus zwei Kammern aufgebaut, die durch eine differentielle Pumpstrecke verbunden sind. Dadurch kann in beiden Kammern ein sehr unterschiedlicher Druck herrschen. In der Kammer mit dem höheren Druck, der so genannten 2D-MOT-Kammer, werden die Atome optisch vorgekühlt. In dieser befindet sich die Atomquelle, eine geheizte Glaszelle mit mehreren Milligramm ^{87}Rb als Feststoff. Durch Aufheizen auf 120°C wird der Druck auf 4×10^{-7} mbar erhöht. In der Hauptkammer herrscht ein deutlich geringerer Druck von 3×10^{-12} bis 1×10^{-11} mbar. Hier finden die Experimente im Ringresonator statt. Der Grund für das Verwenden eines Zweikammersystems ist, dass die Atomquelle weit entfernt von den Resonatorspiegeln angebracht werden muss, um Verunreinigungen durch Ablagerungen auf den Spiegeln und ein damit einhergehendes Verschlechtern der Resonatorgüte zu vermeiden. Aus diesem Grunde wird auf eine Rubidiumquelle in der Hauptkammer verzichtet.

3.2 Erzeugung eines Bose-Einstein Kondensats

Nach dem Prinzip des optischen Kühlens [Raab87] wird in der 2D-MOT-Kammer ein kalter Atomstrahl erzeugt. Zum Kühlen werden aus vier Raumrichtungen elliptische Strahlen eingestrahlt, außerdem senkrecht dazu ein sogenannter „Pushbeam“, der die Atome in die Hauptkammer transportiert. Den räumlichen Einschluss gewährleistet ein Magnetfeld in Anti-Helmholtzkonfiguration. Das Fallenzentrum ist ein 1D Wellenleiter, welcher sich auf der Achse des Pushbeams befindet, sodass sich die kalten Atome dort ansammeln und in die Hauptkammer befördert werden.

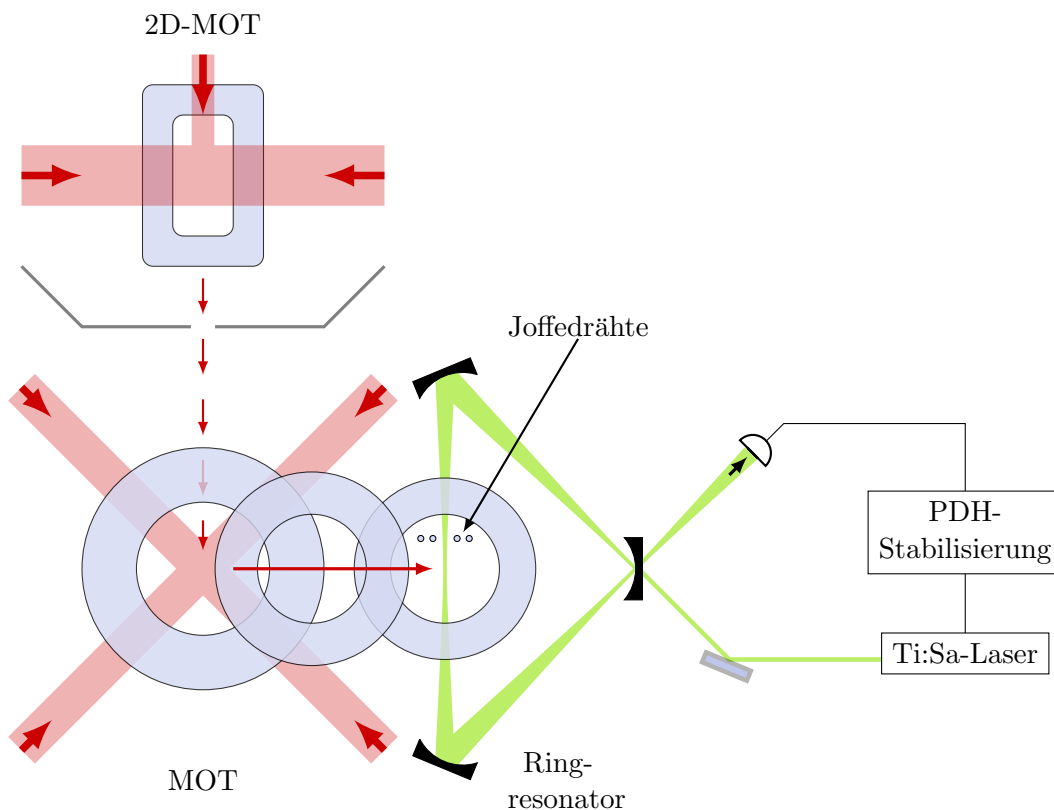


Abbildung 3.1: Schematischer Aufbau des Experiments. Oben ist die 2D-MOT zu sehen, welche einen kalten Atomstrahl erzeugt. Dieser lädt die MOT in der Hauptkammer. Anschließend wird mit den selben Spulen eine rein magnetische Falle erzeugt, in die die Atome geladen werden. Nun findet über ein weiteres Spulenpaar der Transport in die Quadrupolfalle statt. Hier kann mittels vierer Drähte eine Joffefalle erzeugt werden, in der die Atome bis zum BEC gekühlt werden mit Mikrowellenevaporation. Zum Schluss findet der Transfer an den Ort der Resonatormode statt. Dort werden die Atome dann mit dem Pumpstrahl beleuchtet, welcher von einem Titan:Saphir-Laser realisiert wird.

Dort wird die magnetooptische Falle (MOT) geladen. Der räumliche Einschluss wird wie in der 2D-MOT durch ein Magnetfeld in Anti-Helmholtzkonfiguration bewerkstelligt. Optisch gekühlt wird über rotverstimmte Laserstrahlen, die die Atome aus sechs Raumrichtungen beleuchten. Nach 15 s Ladedauer hat man ca. 2×10^9 Atome gefangen. Diese werden in einer Melassephase weiter gekühlt und haben dann eine Temperatur von etwa $10 \mu\text{K}$. An-

schließlich werden die Atome optisch umgepumpt in den Hyperfein- und Zeeman-Zustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$ und dann in einer rein magnetischen Falle gespeichert, die von den MOT-Spulen erzeugt wird. Schließlich werden die Atome mittels eines Transferspulenpaares in eine zweite magnetische Falle umgeladen. Diese wird durch kleinere Spulen generiert, die näher beieinander liegen, so dass höhere Felder erzeugt werden können. Außerdem sind Drähte durch die Spulenmitten gespannt, mit denen eine sogenannte Joffefalle erzeugt werden kann [Gott62, Bergeman87]. Diese hat einen von Null verschiedenen Magnetfeld-Offset zur Vermeidung von Majorana-Spinverlusten und ist nahezu harmonisch. Die Fallenfrequenzen betragen $\omega_z = 2\pi \times 40$ Hz und $\omega_\rho = 2\pi \times 192$ Hz. In dieser Falle werden die Atome mittels Mikrowellen-evaporation gekühlt, indem die Atome aus dem gefangenen Zustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$ an den ungefangenen Zustand $|F = 1, m_F = 1\rangle$ gekoppelt werden. Nach 18 s tritt Quantenentartung ein und ein Bose-Einstein-Kondensat entsteht. In unserem Experiment hat man ca. 80 000 bis 100 000 Atome im Kondensat. Die elastische Kollisionsrate am Ende der Evaporation beträgt $\Gamma_{el} = n_0 \cdot \sigma \cdot \bar{v} = 750 \frac{1}{s}$. Die Dichte am Maximum des BECs beträgt dabei $n_0 = 2,5 \times 10^{12} \frac{1}{\text{cm}^3}$, der Streuquerschnitt ist $\sigma = 8\pi a_S^2$ mit der Streulänge $a_S = 110a_B$ und die mittlere Geschwindigkeit $\bar{v} = \sqrt{\frac{k_B T}{m}} = 0,0044 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Der Aufbau ist in Abb. 3.1 dargestellt. Die Joffefalle befindet sich schräg oberhalb der Resonatormode. Um die Atome zuletzt in das Lichtfeld zu fahren, wird die Fallenposition mit den außerhalb der Vakuumkammer angebrachten Kompensationsspulen und den Fallenspulen verändert. Die Kompensationsspulen dienen außerdem dafür, das Erdmagnetfeld zu kompensieren. Ändert man den Strom entsprechend, so kann das BEC in der Mitte der Resonatormode positioniert werden.

Durch den Stromfluss durch die Spulen wird Wärme erzeugt. Um diese abzuführen, sind die Spulenkörper an einem Kühlstab aus Kupfer befestigt, der aus der Kammer herausgeführt und mit flüssigem Stickstoff gekühlt wird.

3.3 Der optische Ringresonator

In diesem Kapitel wird das zentrale Element unseres Experiments beschrieben und charakterisiert: der optische Ringresonator. Die Messungen zur Bestimmung der Resonatorgüte und des freien Spektralbereichs werden vorgestellt.

3.3.1 Aufbau des Ringresonators

Das Kernstück unseres Experiments ist der optische Ringresonator hoher Güte. Aufgebaut ist er aus einem gekrümmten Einkoppelspiegel (IC) und zwei ebenfalls gekrümmten Hochreflektoren (HR), welche in einem gleichschenkligen, rechtwinkligen Dreieck angeordnet sind. Die

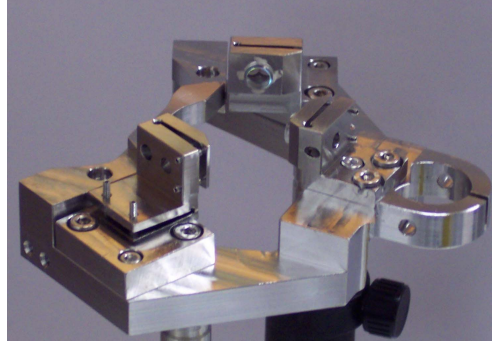


Abbildung 3.2: Foto des Ringresonators vor dem Einbau in die Vakuumkammer

gesamte Umlauflänge beträgt $L = 87$ mm, daraus lässt sich der freie Spektralbereich abschätzen mit $\delta_{\text{fsr}} = \frac{c}{L}$, wobei c die Lichtgeschwindigkeit ist. Er beträgt ungefähr 3,4 GHz, wurde aber bis auf wenige Kilohertz genau ausgemessen (siehe Abschnitt 3.3.4). Im Gegensatz zum linearen Resonator besitzt ein Ringresonator zwei unabhängige Umlaufrichtungen und kann je nach Einkopplung als Steh- oder Laufwellenresonator betrieben werden.

Der Krümmungsradius der Hochreflektoren beträgt 500 mm, der des Einkopplers 100 mm. Durch die flachen Auftreffwinkel auf die gekrümmten Spiegel erhält man ein leicht elliptisches Strahlprofil, was zu unterschiedlichen minimalen Strahlradien zwischen den Hochreflektoren von $w_{0,h} = 88 \mu\text{m}$ in horizontaler und $w_{0,v} = 117 \mu\text{m}$ in vertikaler Richtung führt. Die Reflektivität der Spiegel ist unterschiedlich für horizontale und vertikale Polarisierung. Somit kann durch die Wahl der Polarisierung des eingekoppelten Lichtfeldes die Güte des Resonators zwischen zwei festen Werten eingestellt werden. Für s-Polarisation erhält man eine hohe und für p-Polarisation eine niedrige Finesse.

3.3.2 Bestimmung der Finesse

Die Güte oder Finesse des Resonators kann durch zwei unterschiedliche Methoden gemessen werden: entweder durch das sogenannte Ring-down-Verfahren oder durch das Ausmessen der Linienbreite des Resonators. Beim Ring-down-Verfahren wird das eingekoppelte Licht in wenigen Nanosekunden abgeschaltet und die Zerfallskurve des transmittierten Lichts mit einer schnellen Photodiode aufgenommen. Aus der $1/e$ -Zerfallszeit τ lässt sich mit Hilfe des freien Spektralbereichs δ_{fsr} die Finesse \mathcal{F} bestimmen gemäß

$$\mathcal{F} = 2\pi \cdot \tau \cdot \delta_{\text{fsr}}. \quad (3.1)$$

Im linken Bild von Abbildung 3.3 sieht man das Ergebnis einer solchen Messung. Aus ihr erhalten wir eine Güte von 133 000.

Außerdem kann man die Resonatorgüte aus der Breite der Transmissionskurve bei halber Höhe, δ_{FWHM} , errechnen. Dafür wird die Frequenz des Ti:Sa-Lasers auf eine TEM_{11} -Mode des

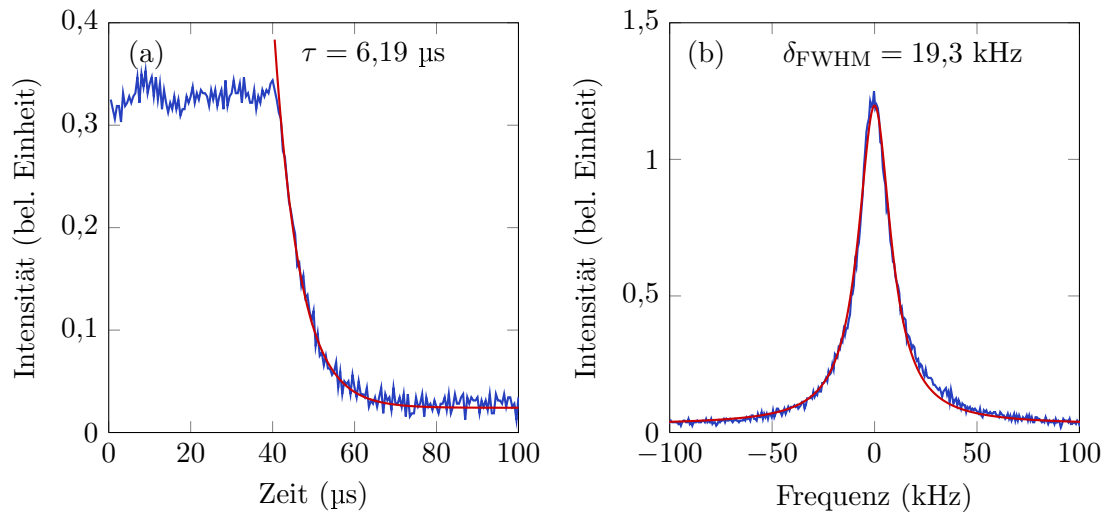


Abbildung 3.3: Messung der Finesse bei s-Polarisation: links ist das Ringdown-Verfahren dargestellt. Dieses liefert eine Finesse von $\mathcal{F} = 133\,000$. Rechts wird die Laserfrequenz über die Resonanz des Resonators gefahren und die Transmission gemessen. Aus der Linienbreite lässt sich die Finesse zu $\mathcal{F} = 177\,000$ bestimmen.

Resonators stabilisiert. Ein Teilstrahl wird abgezweigt und seine Frequenz mit einem akustooptischen Modulator (AOM) so verstimmt, dass sie in Resonanz mit der nächsten TEM_{00} -Mode ist. Ändert man die AOM-Frequenz, so kann man die Resonanz abtasten und erhält eine Resonanzkurve wie im rechten Bild von Abb. 3.3 zu sehen. Aus der vollen Halbwertsbreite δ_{FWHM} kann man die Finesse berechnen mit:

$$\mathcal{F} = \delta_{\text{fsr}} / \delta_{\text{FWHM}}. \quad (3.2)$$

Wie in Abb. 3.3 zu sehen, ergeben sich unterschiedliche Werte. Dies ist zurückzuführen auf eine Verformung der Transmissionslinie beim Scannen über die Resonanz aufgrund von lokalem Heizen der Spiegeloberflächen. In Abbildung 3.3(b) ist zu erkennen, dass die rechte Flanke des Transmissionssignals steiler abfällt als die linke. Der Fit entspricht also nicht der tatsächlichen Linienform und wir nehmen das Ergebnis des Ringdown-Verfahrens als wahren Wert der Finesse.

Bei kleiner Finesse, also für p-Polarisation, ist die Zerfallszeit zu klein, als dass sie sich mit einer Photodiode messen ließe. Darum wird hier die Güte ausschließlich aus Breite der Resonanzkurve bestimmt (Abbildung 3.4). Man erhält einen Wert von ca. $\mathcal{F} = 2000$ für die Finesse.

3.3.3 Zweimodenstabilisierung

Es kann nur Licht in den Resonator gelangen, dessen Frequenz auf einer Resonatormode liegt. Da in unserem Aufbau die Resonatorlänge nicht aktiv stabilisiert werden kann, muss

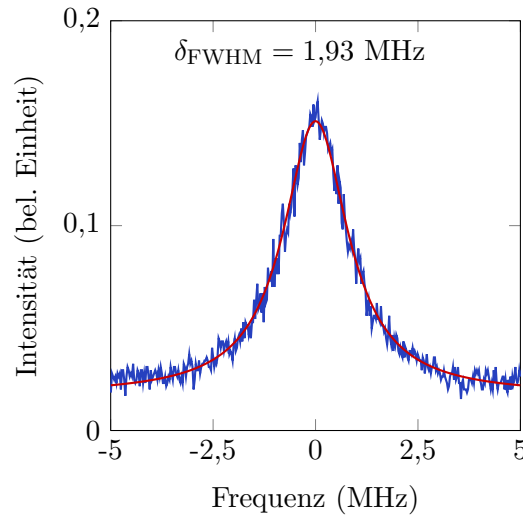


Abbildung 3.4: Messung der Finesse für p-Polarisation: Für die kleine Finesse ist die Zerfallszeit zu schnell als dass sie mit einer Photodiode gemessen werden könnte. Darum bestimmt man hier die Finesse aus der Linienbreite. Sie ergibt sich zu ca. $\mathcal{F} = 2000$.

die Laserfrequenz auf eine Resonatormode stabilisiert werden. Dazu wird eine Pound-Drever-Hall-Stabilisierung (PDH-Lock) [Drever83] verwendet. Um diese zu gewährleisten, muss ein wenig Licht in den Resonator eingekoppelt werden, mit dessen Hilfe man die Resonatorlänge ausmisst. Da für unsere Messungen Verstimmungen von nur wenigen Gigahertz von der atomaren Resonanz notwendig sind, heizt die Streuung von Photonen dieses Referenzlichtfeldes das BEC. Um dies zu vermeiden, haben wir eine Zweimodenstabilisierung entwickelt (siehe dazu [Bux07, Krenz10]).

Diese beruht darauf, dass die verschiedenen transversalen elektromagnetischen Moden (TEM-Moden) des Resonators nicht entartet sind. Sie können durch unterschiedliche Pumplichtfrequenzen angesprochen werden. Bei unserem Resonator liegen TEM_{11} - und TEM_{00} -Mode 167,37 MHz auseinander. Dieser Abstand kann mit einem zweifach durchlaufenen AOM leicht überbrückt werden. Wir nutzen die TEM_{11} - Mode zur Stabilisierung des Lasers auf den Resonator. Der Vorteil dieser Mode ist, dass sie ein Intensitätsminimum im Zentrum aufweist, also dort, wo die Atome positioniert werden und wo die TEM_{00} - Mode ihr Intensitätsmaximum hat. Somit wird der Einfluss des Referenzlichts auf die Atome im minimiert.

Um die Streuung noch weiter zu minimieren, wird das Licht erst im letzten Moment angeschaltet. Dies wird in 3.4.2 näher beschrieben.

3.3.4 Bestimmung des freien Spektralbereichs

Für spätere Messungen ist es wichtig, den freien Spektralbereich δ_{fsr} des Resonators möglichst gut zu kennen. Darum wurde er auf die Genauigkeit der Linienbreite, d.h. 10 kHz, ausgemessen. Es wurden zwei unterschiedliche Messmethoden angewendet, die in diesem Ka-

pitel zusammen mit den Ergebnissen vorgestellt werden.

Messung des freien Spektralbereichs in Transmission

Um den freien Spektralbereich in Transmission auszumessen, werden dem eingekoppelten Licht Seitenbänder aufgeprägt. Dies geschieht mit Hilfe eines elektrooptischen Modulators (EOM) von New Focus (Typ 4851) bei einer Frequenz von 6,8 GHz. Die Frequenz entspricht in etwa dem Doppelten unseres berechneten freien Spektralbereichs. Das EOM moduliert

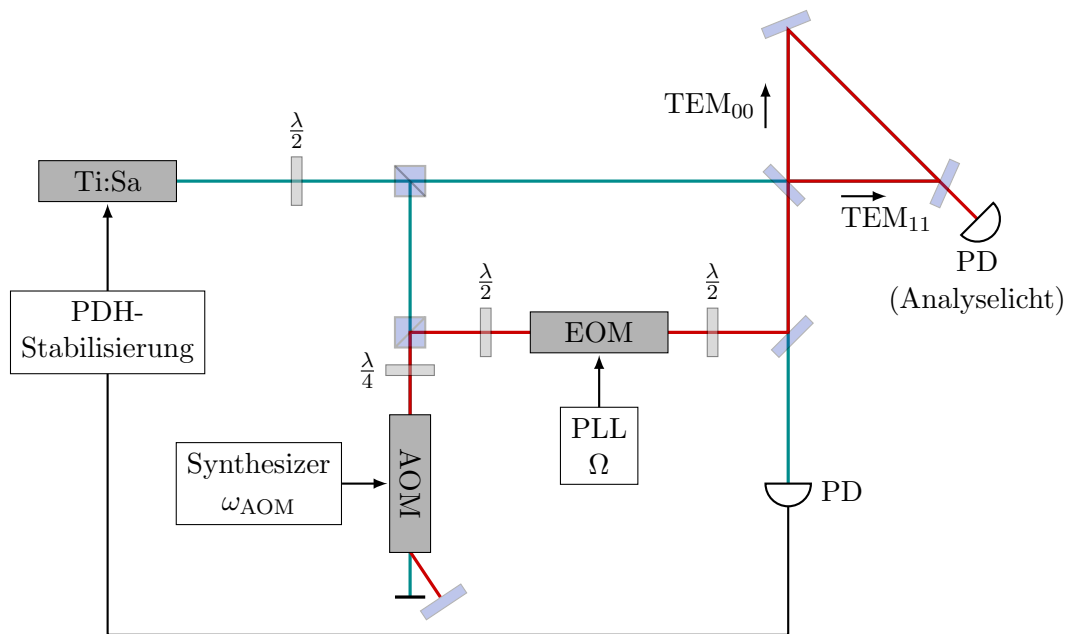


Abbildung 3.5: Aufbau zur Messung des freien Spektralbereichs in Transmission.

die Phase des transmittierten Lichtfeldes sinusförmig, so dass man folgendes Feld für den Laserstrahl der Frequenz ω erhält [Nagorny03]:

$$E(t) = E_0 \cdot e^{i(\omega t + \beta \sin(\Omega t))} . \quad (3.3)$$

β ist dabei der Modulationshub, der durch die Amplitude der Modulationsspannung eingestellt werden kann, Ω ist die Modulationsfrequenz. Dieses Feld lässt sich annähern durch Besselfunktionen erster Ordnung. Man erhält dann:

$$E \approx E_0 \left(J_0(\beta) e^{i\omega t} + J_1(\beta) e^{i(\omega + \Omega)t} - J_1(\beta) e^{i(\omega - \Omega)t} \right) . \quad (3.4)$$

Man sieht, dass sich das Feld aus drei Frequenzkomponenten zusammensetzt, dem Träger bei der Frequenz ω und den beiden Summenfrequenzen $\omega \pm \Omega$. Man erhält also zusätzlich zur ursprünglichen Frequenz zwei sogenannte Seitenbänder bei der Summen- bzw. Differenzfrequenz.

Die Messung geht nun folgendermaßen vonstatten. Die Frequenz des Ti:Sa-Lasers wird auf die TEM_{11} -Mode des Resonators stabilisiert. Ein Teilstrahl wird durch einen AOM geführt und dessen Frequenz dadurch im doppelten Durchlauf um -167 MHz verschoben. Die AOM-Frequenz wird dabei durch einen Synthesizer von Rohde&Schwarz generiert. Anschließend durchläuft der Strahl einen EOM, wodurch ihm Seitenbänder aufmoduliert werden. Die Frequenz des EOMs wird an einem PLL-Synthesizer (LO-45B-680 von AME) fest eingestellt. Schließlich wird der Strahl in den Resonator eingekoppelt. Der Aufbau ist in Abbildung 3.5 skizziert. Ändert man nun die Frequenz des AOMs, so fährt man Träger und Seitenbänder über das Modenspektrum des Resonators wie in Abbildung 3.6 skizziert. In Transmission des Resonators sieht man also, wie zunächst das eine Seitenband die Cavityresonanz abfährt, dann der Träger und zuletzt das andere Seitenband. Da allerdings der Hub des Synthesizers (Rohde&Schwarz) im verwendeten Frequenzbereich zu klein ist (nur einige 100 kHz), kann man nur mit einem Seitenband die Resonanz abfahren und muss dann die Zentralfrequenz des Synthesizers ändern, um das andere Seitenband über eine benachbarte Mode zu fahren. Die Resonanzen der beiden Seitenbändern mit dem Resonator fittet man jeweils mit einer

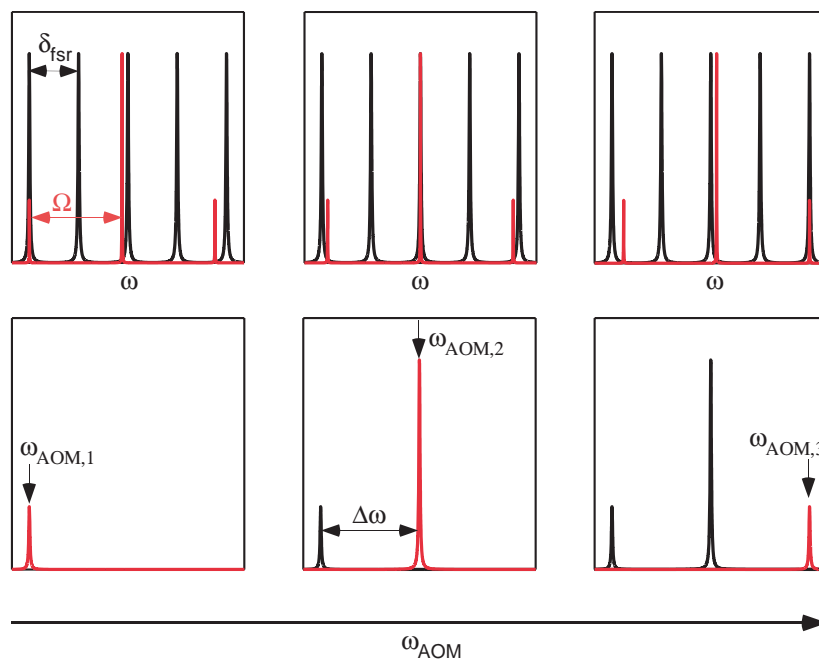


Abbildung 3.6: Messung des freien Spektralbereichs in Transmission: Die Laserfrequenz ist auf die TEM_{11} -Mode des Resonators stabilisiert. Die schwarzen Linien geben das Modenspektrum des Resonators wieder. In rot sieht man das Spektrum des Lasers, welcher sich aus einer Zentralfrequenz und zwei Seitenbändern zusammensetzt. Ändert man die Frequenz des AOMs, so wird das rote Spektrum über die TEM_{00} -Resonanz gestimmt. Je nach eingestellter Frequenz sind entweder Träger oder Seitenband resonant. Man nimmt das transmittierte Signal des Resonators auf, welches in der unteren Zeile dargestellt ist, und bestimmt die Differenz der beiden Frequenzen, bei denen Seitenband und Träger resonant sind.

Lorentzkurve. Die Zentralfrequenz liegt genau zwischen den beiden Resonanzen. Daraus kann man nun den freien Spektralbereich ausrechnen, indem man beide Frequenzen $\omega_{AOM,1}$ und $\omega_{AOM,3}$ voneinander abzieht und durch zwei teilt. Dies ergibt $\Delta\omega$ in Abbildung 3.6. Dies

macht man für verschiedene Seitenbandfrequenzen Ω . Trägt man nun die Seitenbandposition $\Delta\omega$ über die eingestellte PLL-Frequenz Ω auf, so erhält man eine Gerade, deren Nulldurchgang genau dem doppelten freien Spektralbereich entspricht, da $2 \cdot (2 \cdot \delta_{\text{fsr}} - \Omega) = 2 \cdot \Delta\omega$ ist. Das Ergebnis unserer Messung ist in Abbildung 3.7 zu sehen.

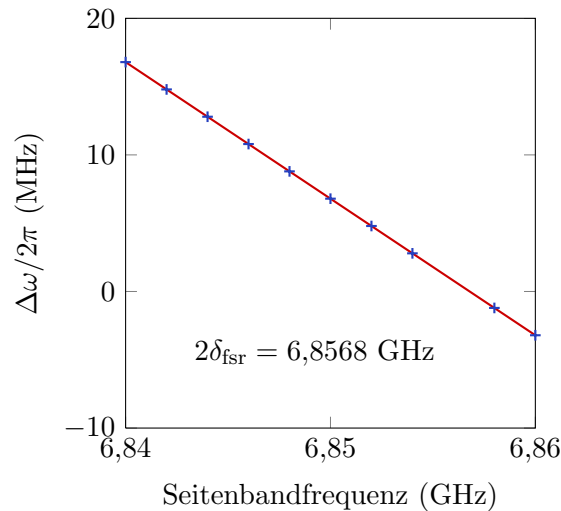


Abbildung 3.7: Freier Spektralbereich in Transmission. Aufgetragen ist der Abstand der Seitenbänder vom Träger $\Delta\omega$ über der Seitenbandfrequenz. Aus der Position der Nullstelle erhält man den freien Spektralbereich $2\delta_{\text{fsr}} = 6,8568$ GHz.

Wir haben Messungen bei Raumtemperatur und mit Stickstoffkühlung der Resonatorgrundplatte durchgeführt. Die Ergebnisse sind im ersten Fall $\delta_{\text{fsr}} = 3,4284 \pm 0,00016$ GHz. Mit Stickstoff ist der freie Spektralbereich um 2 MHz größer und beträgt $\delta_{\text{fsr}} = 3,4304 \pm 0,00012$ GHz. Die Messfehler wurden aus Fehlerrechnungen mit linearer Regression berechnet und sind für unsere Zwecke um rund eine Größenordnung zu hoch. Deswegen wurde nach einem genaueren Messverfahren gesucht, welches im folgenden Kapitel vorgestellt wird.

Messung des freien Spektralbereichs in Reflexion: Pound-Drever-Hall-Methode

Eine andere Möglichkeit ist, δ_{fsr} in Reflexion zu messen. Dies geschieht nach der so genannten Pound-Drever-Hall-Methode (PDH-Methode) [Courteille94]. Dabei werden dem eingekoppelten Licht ebenfalls Seitenbänder aufgeprägt, allerdings wird nicht in Transmission gemessen, sondern das am Einkoppelspiegel reflektierte Signal wird auf eine Photodiode gegeben. Diese Photodiode muss schnell genug sein, um die Seitenbandfrequenz aufzulösen, in unserem Fall also 6,8 GHz. Das detektierte Signal wird in einem Mischer mit der Frequenz des Lokaloszillators abgemischt. Das Mischsignal hat eine dispersive Linienform und sollte dann verschwinden, wenn die Seitenbänder genau in den Resonator passen, also wenn die Seitenbandfrequenz einem Vielfachen der Frequenz des freien Spektralbereichs entspricht. Verstimmt man also die Seitenbandfrequenz so, dass das Pound-Drever-Hall-Signal null wird, so entspricht die einge-

stellte Frequenz genau $2\delta_{\text{fsr}}$.

Wie oben erläutert, lässt sich das modulierte Lichtfeld mit Besselfunktionen beschreiben (siehe 3.4). Setzt man nun den Reflexionskoeffizienten mit

$$R(\omega) = \frac{E_{\text{ref}}}{E_{\text{in}}} = \frac{r \left(e^{2\pi i \frac{\omega}{\delta_{\text{fsr}}}} - 1 \right)}{1 - r^2 e^{2\pi i \frac{\omega}{\delta_{\text{fsr}}}}} \quad (3.5)$$

an, so hat das am Einkoppelspiegel der Cavity reflektierte Signal die Form [Drever83]

$$E_{\text{ref}} = E_0 \cdot \left[R(\omega) J_0(N) e^{i\omega t} + R(\omega + \Omega) J_1(N) e^{i(\omega + \Omega)t} - R(\omega - \Omega) J_1(N) e^{i(\omega - \Omega)t} \right] . \quad (3.6)$$

Eine Photodiode misst aber nicht das elektrische Feld, sondern die Leistung $P_{\text{ref}} = |E_{\text{ref}}|^2$ des Lichts. Mit den Abkürzungen $P_{\text{T}} = |E_0 \cdot J_0(N)|^2$ für die Leistung des Trägers und $P_{\text{S}} = |E_0 \cdot J_1(N)|^2$ für die des Seitenbands erhält man nach Umformung folgenden Ausdruck für das Signal der Photodiode:

$$\begin{aligned} P_{\text{ref}} &= P_{\text{T}} |R(\omega)|^2 + P_{\text{S}} \{ |R(\omega + \Omega)|^2 + |R(\omega - \Omega)|^2 \} + 2\sqrt{P_{\text{T}} P_{\text{S}}} \cdot \\ &\quad \cdot \left(\Re e [R(\omega) R^*(\omega + \Omega) - R^*(\omega) R(\omega - \Omega)] \cos(\Omega t) \right. \\ &\quad \left. + \Im m [R(\omega) R^*(\omega + \Omega) - R^*(\omega) R(\omega - \Omega)] \sin(\Omega t) \right) \\ &\quad + \mathcal{O}(2\Omega) . \end{aligned} \quad (3.7)$$

Dies ist das von der Photodiode detektierte Signal. Interessant sind die Terme, die mit der Modulationsfrequenz Ω schwingen, denn sie beschreiben die Interferenz von Seitenband und Träger. Der Anteil mit $\mathcal{O}(2\Omega)$ kann vernachlässigt werden, da er die Schwebung der beiden Seitenbänder untereinander beschreibt. In einem Mischer wird nun das Photodiodensignal mit dem Modulationssignal $A_0 \sin(\Omega t)$ gemischt, das bedeutet, dass beide Signale multipliziert werden. Mit den Produktregeln für $\tilde{\Omega} \approx \Omega$

$$\begin{aligned} \cos(\Omega t) \sin(\tilde{\Omega} t) &= \frac{1}{2} \sin(2\Omega t) , \\ \sin(\Omega t) \sin(\tilde{\Omega} t) &= \frac{1}{2} (1 - \cos(2\Omega t)) \end{aligned}$$

vereinfacht sich die Gleichung des Ausgangssignals zu

$$\begin{aligned} S_{\text{Mischer}} &= A_0 \cdot \left[P_{\text{T}} \cdot |R(\omega)|^2 + P_{\text{S}} \cdot \left\{ |R(\omega + \Omega)|^2 + |R(\omega - \Omega)|^2 \right\} \right] \sin(\Omega t) \\ &\quad + A_0 \sqrt{P_{\text{S}} P_{\text{T}}} \cdot \Im m [R^*(\omega) R(\omega + \Omega) - R(\omega) R^*(\omega - \Omega)] + \mathcal{O}(2\Omega) . \end{aligned} \quad (3.8)$$

Das von der Schwebung zwischen Träger und Seitenband abhängige Signal wird durch das

Mischen zu einem Gleichspannungssignal

$$\epsilon = A_0 \sqrt{P_S P_T} \cdot \Im m [R^*(\omega) R(\omega + \Omega) - R(\omega) R^*(\omega - \Omega)] . \quad (3.9)$$

Dieses kann mit einem Tiefpass leicht aus dem restlichen Signal herausgefiltert und verstärkt werden. In Abbildung 3.8(a) ist der typische Verlauf eines PDH-Signals zu sehen. Wie man sieht, besitzt es auf Resonanz einen Nulldurchgang, auf den stabilisiert werden kann.

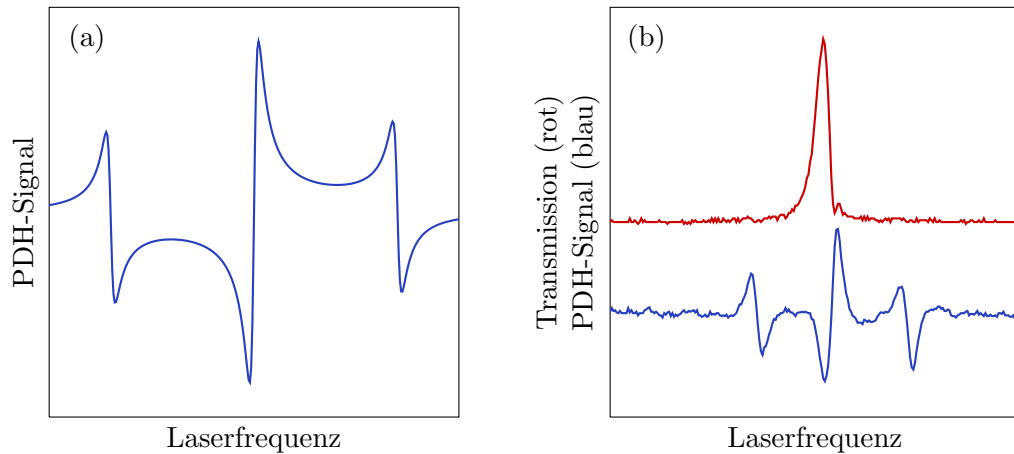


Abbildung 3.8: Links: Simuliertes PDH-Signal. Rechts: Gemessenes PDH-Signal (blau) und Cavity-Transmission (rot). Die asymmetrische Linienform des Transmissionssignals kommt durch das schnelle Abtasten der Resonanz zustande. Aus demselben Grund stimmt die Position des Maximum der Transmission nicht mit der Position des zentralen Nulldurchgangs des PDH-Signals überein.

Wie bestimmen wir nun den freien Spektralbereich aus dem PDH-Signal? Beträgt die Seitenbandfrequenz ein Vielfaches von δ_{fsr} , so liegt das Seitenband selbst wieder auf einer Resonanz der Cavity. Der Reflexionskoeffizient wird dann zu

$$R(\omega \pm n\delta_{\text{fsr}}) = \frac{r \left(e^{2\pi i \frac{\omega}{\delta_{\text{fsr}}} \pm 2\pi i n} - 1 \right)}{1 - r^2 e^{2\pi i \frac{\omega}{\delta_{\text{fsr}}} \pm 2\pi i n}} = R(\omega) . \quad (3.10)$$

Die Amplitude des Fehlersignals verschwindet also, wenn die Seitenbänder auf einer Resonanz liegen, deren Frequenz also genau $n \cdot \delta_{\text{fsr}}$ beträgt:

$$\epsilon = A_0 \sqrt{P_S P_T} \cdot \Im m [R^*(\omega) R(\omega + n \cdot \delta_{\text{fsr}}) - R(\omega) R^*(\omega - n \cdot \delta_{\text{fsr}})] = 0 . \quad (3.11)$$

Der Aufbau ist in Abbildung 3.9 zu sehen. Der Ti:Sa wird mit einer Pound-Drever-Hall-Stabilisierung auf die TEM_{11} -Mode des Resonators stabilisiert. Wie bei der Messung in Transmission wird ein Teil des Lichts aus dem Strahl entnommen und durch einen AOM geführt, welches man mit einem spannungsgesteuerten Oszillator (ZOS-150) so verstimmen kann, dass die TEM_{00} -Mode des Resonators angesprochen wird. Danach geht der Strahl durch

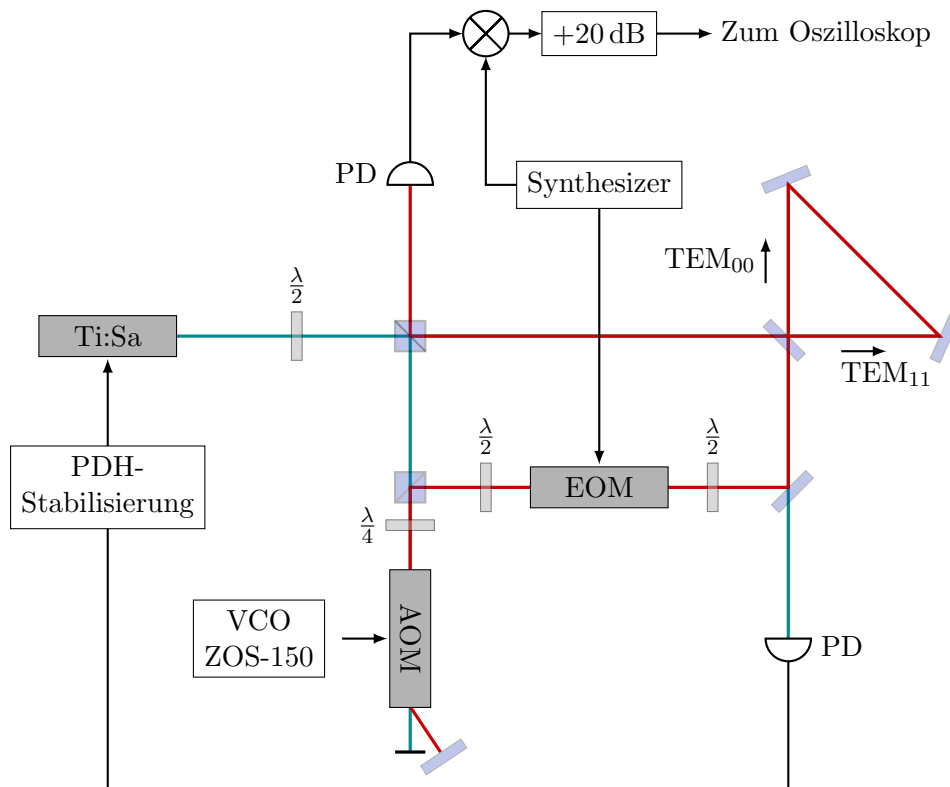


Abbildung 3.9: Aufbau des Ti:Sa-Strahlengangs zur Aufnahme eines PDH-Signals bei 6,8 GHz.

das EOM bei 6,8 GHz. Mit diesem werden die Seitenbänder zur Messung des freien Spektralbereichs aufgeprägt. Als Frequenzgeber für das EOM wird in diesem Fall der Synthesizer von Rohde&Schwarz herangezogen, da sich seine Frequenz feiner durchstimmen lässt. Das am Einkoppelspiegel reflektierte Signal wird mit einer schnellen Photodiode (G4176-03 von Hamamatsu) detektiert. Das Photodiodensignal wird in einem Mischer (ZMX-8GLH von mini circuits) mit der Seitenbandfrequenz gemischt, verstärkt und dann am Oszilloskop beobachtet. Um das PDH-Signal zu sehen, wird der AOM mit dem VCO durchgestimmt und solange variiert, bis die Amplitude minimal ist. Ein Beispiel einer solchen Messung ist in Abbildung 3.8(b) zu sehen. Hier ist das Fehlersignal noch zu sehen, also sind die Seitenbänder nicht genau auf Resonanz zur übernächsten Resonatormode. Aufgrund der schnellen Scangeschwindigkeit von mehreren Megahertz pro Millisekunde tritt „ringing“ auf, was zu Oszillationen an der abfallenden Flanke des Transmissionssignals und zu einer unsymmetrischen Linienform führt. Gemessen wird nun der FSR mit Stickstoffkühlung und laufendem Messzyklus. Durch die Abwärme der Spulen wird auch die Resonatorgrundplatte erwärmt, wenn der Messzyklus läuft. Dadurch wird die Resonatorlänge und somit der FSR geändert. Die Hoffnung ist, dass sich die Temperatur im Laufe des Tages stabilisiert und der FSR somit konstant wird. In der Messung stellt man allerdings fest, dass er über einen Messtag nicht konstant ist. Dies ist in Abbildung 3.10 zu sehen. Dort wurde der FSR während des Verlaufs eines Tages mehrfach gemessen (mit Unterbrechungen ca. alle 10 min), das ganze an 6 verschiedenen Tagen. Stickstoff wurde

jeweils etwa um 9 Uhr morgens zum ersten Mal eingefüllt und dann über den Tag immer wieder, so dass sich ein Gleichgewicht ausbilden kann. Wie man sieht, ist das Verhalten des FSR sehr unterschiedlich. An manchen Tagen ist er nach einigen Stunden recht konstant, an anderen oszilliert er bis abends. Dies ist verwunderlich, da die Temperaturregelung des Kühlstabs ca. drei Stunden benötigt, bis sie auf einen konstanten Wert regelt. Außerdem liegt der Absolutwert des FSR jeden Tag woanders. Für Messungen, bei denen der FSR bekannt sein muss, ist es also unerlässlich, diesen jedes Mal mitzumessen. Noch besser wäre es allerdings, die Resonatorlänge aktiv stabilisieren zu können, beispielsweise über eine Piezo an einem der Resonatorspiegel.

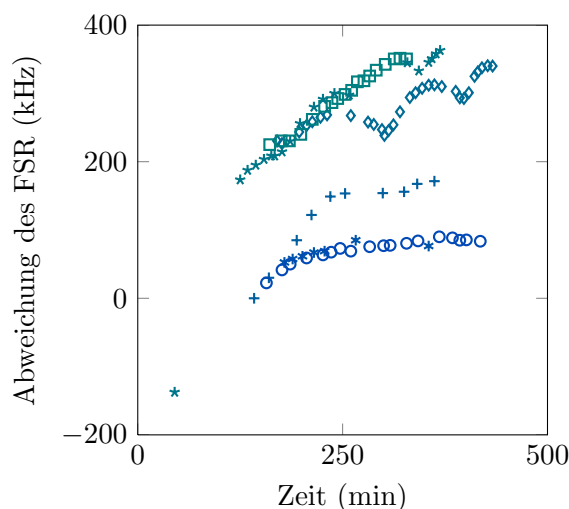


Abbildung 3.10: Messung des freien Spektralbereichs mit Stickstoffkühlung an sechs unterschiedlichen Tagen. Der Nullpunkt der y-Achse wurde auf den ersten Messwert des ersten Tages gelegt: 3,430 091 5 GHz. Die Messung wurde im Verlauf des Tages mehrfach wiederholt und der jeweilige Wert des FSR aufgenommen.

Der freie Spektralbereich ist im Rahmen der Messgenauigkeit unabhängig von der Wellenlänge und der Leistung des eingekoppelten Lichts. Die mit PDH-Signal durchgeführten Messungen haben einen kleinen Fehler von nur 5 kHz. Dies ist eine grobe Abschätzung der Genauigkeit über den Frequenzbereich, in dem kein PDH-Signal detektierbar ist. Misst man den freien Spektralbereich ohne Stickstoffkühlung, jedoch im nichtthermalisierten Zustand, über einen Tag, so nimmt dieser exponentiell ab. Fittet man eine Exponentialkurve an die Messwerte an, so stellt man fest, dass die Standardabweichung der Messwerte von der Fitkurve nur 550 Hz beträgt, was auf eine wesentlich höhere Genauigkeit unserer Messung schließen lässt (Abbildung 3.11).

In Tabelle 3.1 sind die Ergebnisse der PDH-Messung des freien Spektralbereichs für unterschiedliche Finesse und für unterschiedliche Temperaturen dargestellt. Die Ursache für den Unterschied des FSR bei verschiedener Finesse liegt in der Eindringtiefe des Lichts in die dielektrischen Schichten der Spiegel, welche nicht die selbe ist für s- und p-Polarisation.

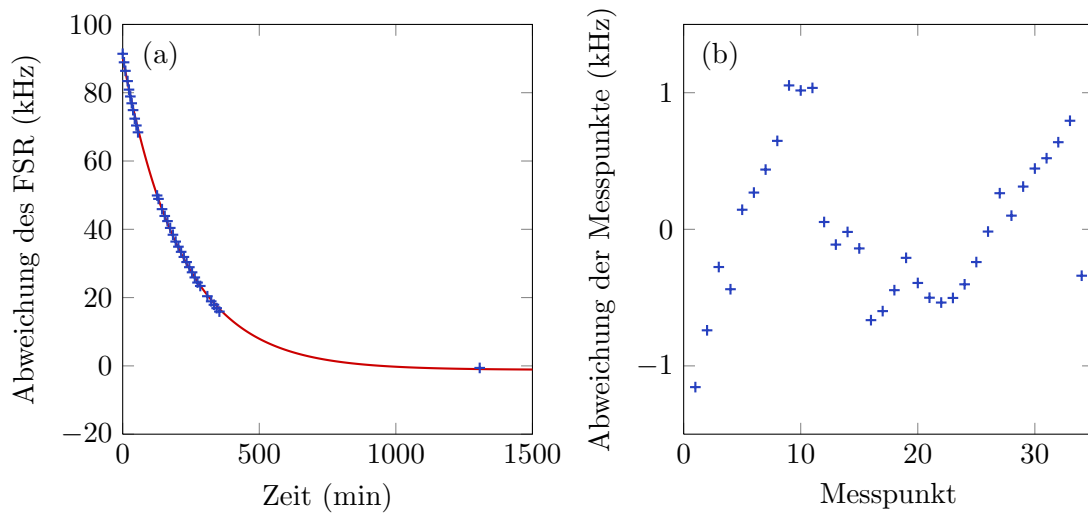


Abbildung 3.11: (links) Messung von δ_{fsr} ohne Stickstoff über einen Tag. Da die Resonatorgrundplatte thermalisiert, nimmt der freie Spektralbereich exponentiell ab. (rechts) Abweichung der einzelnen Messwerte von der Fitkurve.

	hohe Finesse	niedrige Finesse
Raumtemperatur	3,428 370 5 GHz \pm 7kHz	3,4285 GHz \pm 100 kHz
Mit Stickstoffkühlung	3,430 457 5 GHz \pm 10 kHz	3,4305 GHz \pm 100 kHz

Tabelle 3.1: Ergebnisse aus der PDH-Messung des freien Spektralbereichs.

3.4 Der Ablauf des Experiments

In diesem Kapitel wird der zeitliche Ablauf des Experiments erläutert. Besonders wird hier auf das Abschalten des Experiments und das Triggern der Abbildung eingegangen, welches unabhängig vom Messzyklus mit einem Mikrocontroller realisiert wird.

3.4.1 Der Messzyklus

Der experimentelle Zyklus wird per Computer gesteuert. Dabei stellt ein ADwin-System die Schnittstelle zwischen Computer und Experiment dar. ADwin besitzt Analog- und Digitalausgänge, mit denen die einzelnen Stromquellen, Shutter usw. angesprochen werden.

Die zeitliche Abfolge gestaltet sich folgendermaßen: Zunächst wird für 15s die MOT geladen. Dann findet der Transfer in die Joffefalle statt (4s). Dort wird evaporativ gekühlt, bis Quantenentartung eintritt (18s). Anschließend findet der Transfer der Atomwolke in die TEM₁₁-Mode statt, indem für den vertikalen Versatz der Strom der unteren Fallenspule verringert wird und für den horizontalen Versatz der Strom der Kompensationsspule erhöht wird

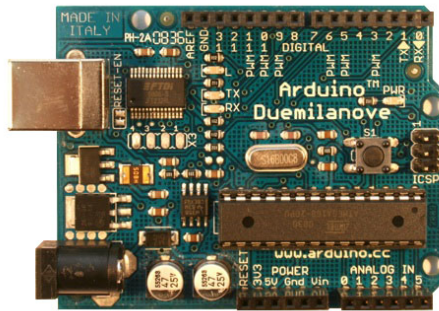


Abbildung 3.12: Foto des Mikrocontrollers

(200 ms). Da sich die Atome beim horizontalen Versetzen aufheizen, findet dies bereits vor den letzten beiden Kühlrampen statt. So wird anschließend in der versetzten Falle nachevaporiert, bevor zuletzt der vertikale Transfer erfolgt. Während des vertikalen Transfers ist der AOM des Ti:Sa-Lasers ausgeschaltet, damit die Atome nicht vorzeitig beleuchtet werden. Ist das BEC an der richtigen Stelle, so beginnt das eigentliche Experiment. Der Ti:Sa-Laser wird wieder eingeschaltet und die Atome werden seitlich mit einem Lichtpuls beleuchtet. Anschließend wird die Falle abgeschaltet. Die Steuerung des Lichtpulses und das Ausschalten ist in Kapitel 3.4.2 im Detail beschrieben. Nach Abschalten der Falle fallen die Atome frei im Schwerfeld der Erde und werden anschließend abgebildet (siehe Kapitel 3.4.3).

3.4.2 Abschalten der Falle

Für kleine Verstimmungen des Pumplasers von der atomaren Resonanz (in der Größenordnung einiger GHz) wird die Lebensdauer des BECs in der TEM_{11} -Mode sehr klein (wenige μ s). Um die Zerstörung des BECs durch nahresonante Photonen zu vermeiden, wird das Licht des Titan:Saphir-Lasers während des Transfers des BECs an den Ort der Resonatormode mit einem AOM ausgeschaltet. Dies bedeutet, dass man die Frequenz des Lasers während dieser Zeit nicht auf die Resonanz des Resonators stabilisieren kann. Wir haben eine Schaltung entwickelt, die mittels eines sample-and-hold-Schaltkreises den Laser für die Dauer des Lichtpulses auf Resonanz hält und einen TTL-Puls zum Einschalten der TEM_{00} -Mode ausgibt. Dies funktioniert folgendermaßen: Befinden sich die Atome am Ort der Resonatormode, so wird mit dem AOM das Licht wieder eingeschaltet. Gleichzeitig wird auf den Piezo des Ti:Sa eine Spannungsrampe gegeben, durch welche die Lichtfrequenz linear verschoben wird. Normalerweise wird dieser Piezo als langsames Stellglied für die Regelung verwendet. Gerät die Lichtfrequenz in den Empfangsbereich des schnellen Stellglieds der PDH-Regelung, nämlich des AOMs, so greift diese und die Frequenz wird auf die Resonatorresonanz stabilisiert. Dadurch steigt die Transmission des Resonators an. Dieses auf einer Photodiode detektierte Transmissionssignal dient gleichzeitig dazu, die Rampe des Piezos abubrechen und auf ei-

nem konstanten Wert zu halten. Nach einer einstellbaren Verzögerungszeit gibt die Schaltung außerdem einen Puls einstellbarer Länge aus. Dieser Puls dient dazu, einen weiteren AOM anzuschalten, welcher den zur TEM₀₀-Mode resonanten Pumplichtpuls erzeugt. Die Pulsreihenfolge ist in Abb. 3.13 zu sehen.

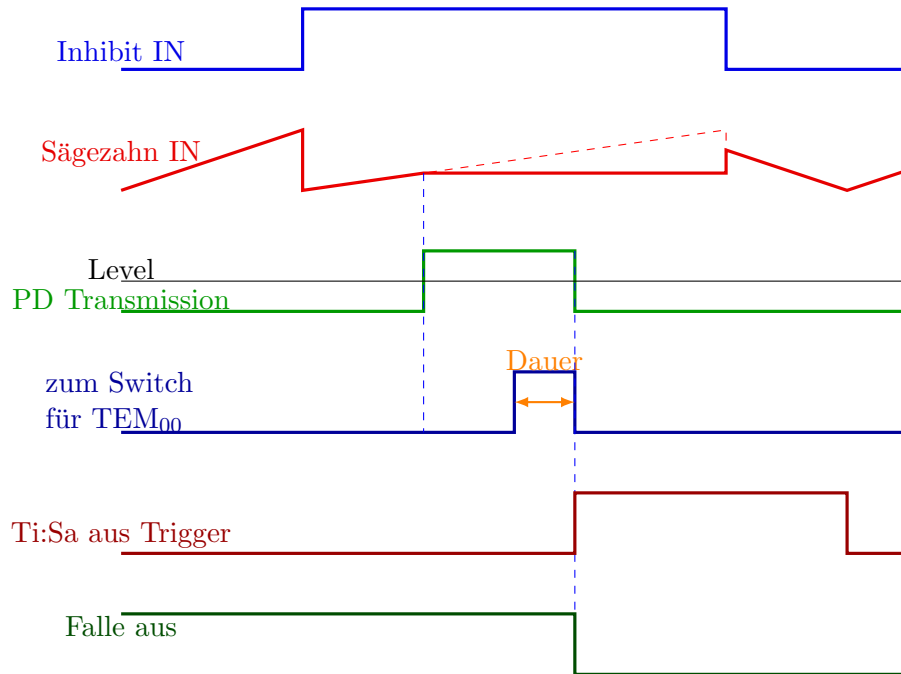


Abbildung 3.13: Schematische Pulsreihenfolge: Überschreitet in einem vorgegeben Zeitfenster („Inhibit IN“) die Resonatortransmission („PD Transmission“) einen festen Schwellwert, so wird die Ti:Sa-Frequenz mittels einer sample-and-hold-Schaltung auf Resonanz gehalten. Außerdem wird ein Puls ausgegeben, der zur Ansteuerung des AOMs für TEM₀₀ dient. Nach Ende dieses Pulses wird ein weiterer Puls ausgegeben, der sowohl die Magnetfalle (über Arduino) als auch den Ti:Sa ausschaltet.

Wie in Kapitel 3.3 beschrieben, ist die Resonanzfrequenz des Resonators starken Driften ausgesetzt, so dass die Sägezahnrampe einen großen Hub benötigt und 30 ms lang dauert, um sicher die Resonanz zu treffen und einzufangen. Das Problem für die Messungen ist nun, dass die Atome die Zeit nach dem Lichtpuls in der Magnetfalle verbringen und dort oszillieren, wenn die Haltedauer in der Größenordnung der Fallenfrequenz liegt. Um dies zu vermeiden, wurde eine Schaltung entwickelt, die die Falle ausschaltet, sobald der Lichtpuls ausgegeben wurde. Sie beruht auf einem Mikrocontroller (Arduino Duemilanove, siehe Abb. 3.12). Programmiert wird er mit einem einfachen C-Programm, das sich, einmal aufgespielt, immer wiederholt. Dabei wird ein Triggerpuls am Eingang abgewartet und sodann die eingespeicherte Pulsfolge ausgegeben. Als Eingangstrigger wird der TTL für den Puls der TEM₀₀-Mode verwendet. Sobald der Trigger aktiviert wird, werden die Fallenspulen, die Joffedrähte und die Kompensationsspulen ausgeschaltet. Das für die Flugzeitabbildung der Atome benötigte Zeitintervall der Atome muss als Wartezeit im Arduinoprogramm eingestellt werden. Danach erfolgt die Ausgabe der Trigger für die Abbildung.

Auf diese Weise ist der Zeitpunkt, zu dem die Atome beleuchtet werden, nicht perfekt mit

dem Ablauf der experimentellen Sequenz synchronisiert und kann um mehrere Millisekunden schwanken, aber da die Lebensdauer der Atome in der Joffefalle mehrere Sekunden beträgt, spielt das keine Rolle.

3.4.3 Die Abbildung

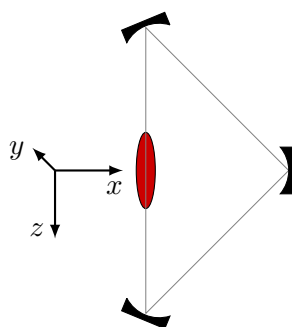


Abbildung 3.14: Geometrie des Ringresonators und Definition des Koordinatensystems

Um die Atome abzubilden, werden sie mit resonantem Laserlicht beleuchtet. Je nach optischer Dicke wird Licht von den Atomen absorbiert und fehlt somit im Strahl. Der Schattenwurf der Wolke wird auf einer CCD-Kamera betrachtet.

In unserem Aufbau können wir zwei unterschiedliche Abbildungen verwenden. Der eine Abbildungsstrahl beleuchtet die Atome von der Seite (entlang der x-Richtung, siehe Abbildung 3.14), wird am Einkoppelspiegel des Resonators reflektiert und trifft dann auf die Kamera. Der andere Strahl trifft senkrecht (entlang der y-Richtung) auf die Atome, verlässt die Kammer oben und wird dann auf eine zweite Kamera geworfen. Um Linsenfehler zu minimieren werden in beiden Abbildungen Achromate verwendet.

Da der Einkoppelspiegel des Resonators einen Krümmungsradius von 100 mm hat, muss die Optik der horizontalen Abbildung entsprechend berechnet werden. Es hat sich als sinnvoll erwiesen, den Resonatorspiegel dazu zu verwenden, den Abbildungsstrahl zu kollimieren (siehe Abbildung 3.15). Der kollimierte Strahl wird dann zur Beleuchtung der Atome benutzt und auf der Kamera abgebildet. Da der Strahl allerdings die Wolke zweimal durchläuft (auf Hin- und Rückweg zum Einkoppler), erhält man dennoch zwei Bilder der Atomwolke. Diese sind auf der Kamera aber leicht zu trennen und durch geometrische Überlegungen zu identifizieren. Die Vergrößerung der horizontalen Abbildung beträgt etwa 1:1.

Für die vertikale Abbildung wird der Strahl durch den Faserkoppler kollimiert und von unten auf die Atome eingestrahlt. Beim Austritt oben aus der Kammer trifft der Strahl auf eine Linse mit $f = 100$ mm und nach 350 mm auf eine zweite Linse mit $f = 200$ mm. Anschließend beleuchtet er eine zweite CCD-Kamera. Die Vergrößerung der vertikalen Abbildung beträgt ungefähr 2:1.

Für spätere Messungen (siehe Kapitel 6) wird es nötig sein, die beiden Hyperfeinzustände

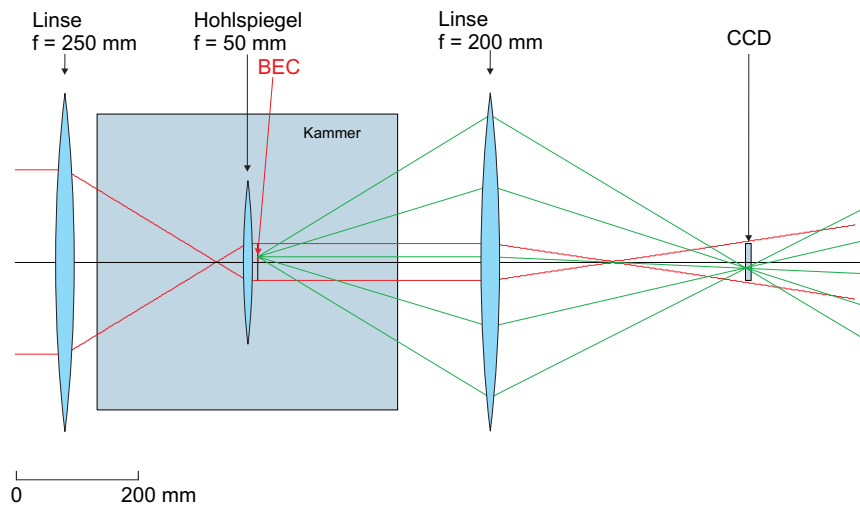


Abbildung 3.15: Mit Matlab berechneter Strahlengang der horizontalen Abbildung: Rot ist der Verlauf der Gaußstrahlen eingezeichnet, grün der durch geometrische Optik berechnete Strahlengang. Der Strahl kommt links kollimiert aus einer Glasfaser. Dann durchläuft er eine Linse mit $f = 250\text{ mm}$, die knapp vor dem Kammerfenster steht. In der Kammer trifft der Strahl auf den Hohlspiegel und wird kollimiert zurückreflektiert auf das BEC. Der Übersichtlichkeit halber wurde der Strahlengang hier durchgehend gezeichnet und der Hohlspiegel durch eine Linse entsprechender Brennweite ersetzt. Der Einkoppelspiegel kollimiert den Strahl. Der kollimierte Strahl trifft auf das BEC und durchläuft nach Austritt aus der Kammer eine Linse der Brennweite $f = 200\text{ mm}$. Anschließend trifft er auf eine CCD-Kamera, die mit einem Verschiebetisch an der Ort des schärfsten Bildes geschoben werden kann. Die Vergrößerung beträgt in etwa 1:1.

$F = 1$ und $F = 2$ getrennt abbilden zu können. Dazu benötigt man beide Abbildungen. Das Abbildungslicht ist resonant zum Übergang $F = 2 \rightarrow F' = 3$. Somit kann man die Atome in $F = 2$ direkt abbilden. Nach Abschalten der Falle und einer gewissen Flugzeit wird also zunächst der Shutter der horizontalen Abbildung (*Shutter 1*) geöffnet und mit dem AOM ein Puls von $40\text{ }\mu\text{s}$ Länge erzeugt. Die Kamera 1 wird während dieser Zeit aktiviert und nimmt ein Bild der Atome im Zustand $F = 2$ auf. Anschließend wird mit dem AOM ein weiterer Puls realisiert, der dazu dient, die restlichen Atome aus $F = 2$ zu entfernen, d.h. die Atome werden durch Strahlungsdruck beschleunigt und verlassen das Fallenvolumen (*Entfernen* [2, 1]). Dessen Dauer beträgt $500\text{ }\mu\text{s}$. Sind alle Atome aus $F = 2$ entfernt, so wird für $2,1\text{ ms}$ ein sogenannter Rückpumpplaser angeschaltet, der die Atome von $F = 1$ nach $F = 2$ pumpt (*Rückpumpen*). Anschließend wird eine Abbildung auf der vertikalen Achse gemacht. Dafür wird der Shutter des vertikalen Abbildungsstrahls geöffnet (*Shutter 2*) und die Kamera 2 wird aktiviert. Ist die Abbildung erfolgt, so werden ein weiteres Mal der Abbildungs-AOM und beide Kameras für $40\text{ }\mu\text{s}$ angeschaltet, um ein Untergrundbild aufzunehmen (*Untergrund 1*). Zuletzt werden die Kameras ohne Licht aktiviert, um eine unbeleuchtete Untergrundaufnahme zu machen (*Untergrund 2*). Die Pulsreihenfolge ist in Abbildung 3.16 zu sehen.

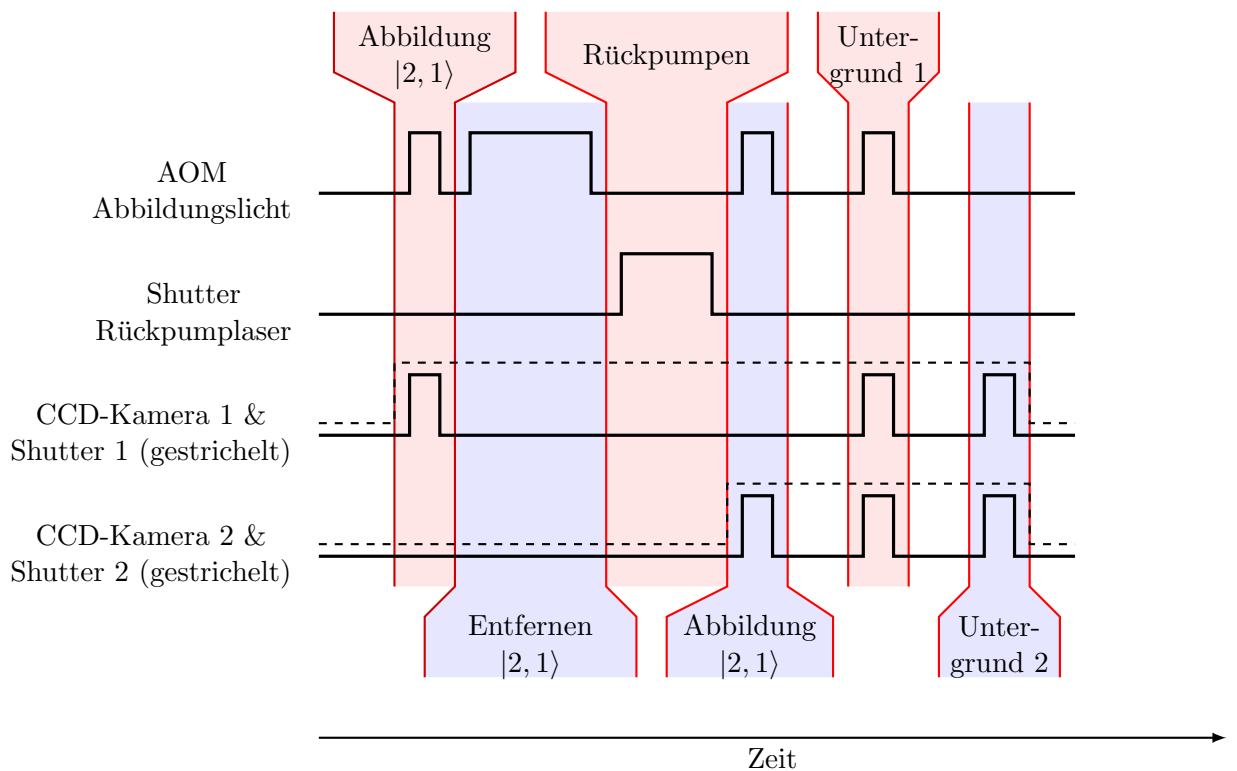


Abbildung 3.16: Pulsfolge der Abbildung: Zunächst nimmt Kamera 1 ein Bild der Atome in $|2, 1\rangle$ auf. Dann werden alle Atome aus $F = 2$ entfernt durch einen resonanten Lichtpuls. Anschließend werden die Atome von $|1, -1\rangle$ nach $F = 2$ gepumpt durch einen Puls des Rückpumplichts. Zuletzt werden die Atome in $F = 2$ abgebildet mit der Kamera 2. Anschließend wird ein Untergrundbild mit und eines ohne Licht aufgenommen. Diese werden mit dem Bild mit Atomen und Licht verrechnet.

4 Messungen der kollektiven Streuung

In diesem Kapitel werden die Messungen zur kollektiven Streuung in die Mode des Ringresonators beschrieben. Die Ergebnisse der Messungen werden mit den Resultaten der Simulationen verglichen.

4.1 Durchführung der Messungen

In Kapitel 2 wurde das Modell der kollektiven Streuung oder Materiewellensuperradianz in einem Ringresonator behandelt. Hier werden die Messungen dazu vorgestellt. Dazu soll zunächst ein kleiner Überblick über die Durchführung der Messungen gegeben werden. Wie in

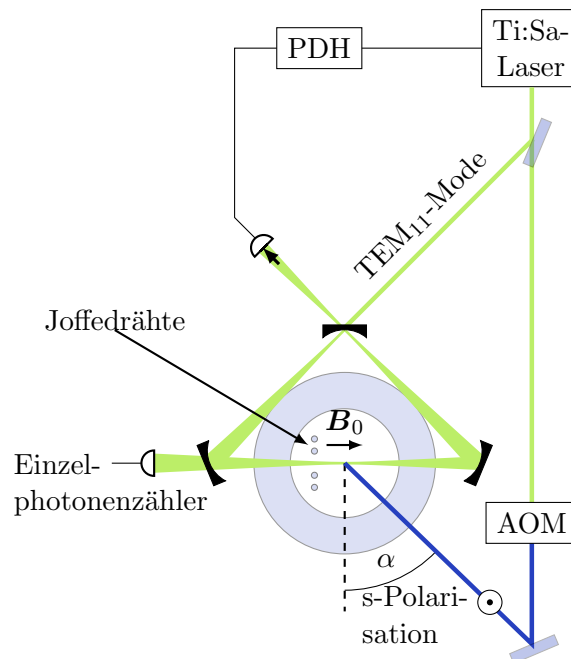


Abbildung 4.1: Schematischer Aufbau der Messung. Das BEC wird in der Joffefalle von einem Laserstrahl unter dem Winkel $\alpha = 37^\circ$ beleuchtet. Die Polarisation des Pumplichts steht senkrecht auf der Einfallsebene. Die Frequenz des Ti:Sa-Lasers wird während der Pulsdauer auf eine TEM₁₁-Mode des Resonators stabilisiert. Die in den Resonator gestreuten Photonen werden mit einem Einzelphotonenzähler detektiert. Direkt im Anschluss des Pumpimpulses wird die Falle abgeschaltet und die Atome fallen frei.

Kapitel 3.4 beschrieben, wird zunächst ein BEC erzeugt, indem die kalten Atome in der Joffefalle evaporativ gekühlt werden. Anschließend wird das BEC an den Ort der Resonatormode

gefahren, wobei der Ti:Sa Laser ausgeschaltet wird. Sobald die Atome an ihrer Zielposition angekommen sind, wird der Pumplaser angeschaltet, der mit einem kurzen Puls die Atome von außerhalb der Cavity beleuchtet. Der Einstrahlwinkel beträgt dabei $\alpha = 37^\circ$ (siehe Abbildung 4.1).

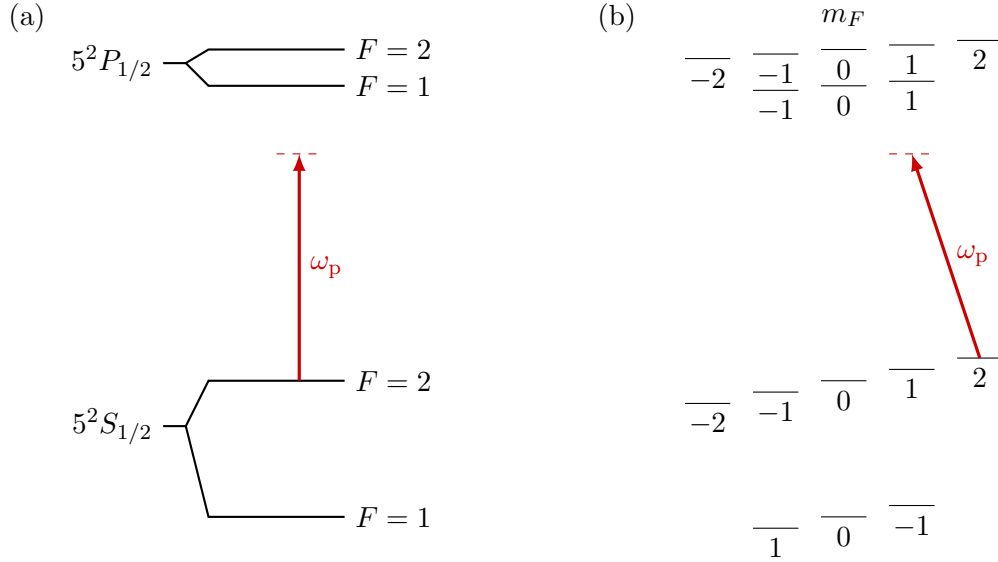


Abbildung 4.2: (a) Hyperfeinstruktur der D_1 -Linie von ^{87}Rb . Die Wellenlänge des Übergangs beträgt $\lambda_0 = 794,978\text{ nm}$. Unser BEC befindet sich im Zustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$, der Pumplaser wird verstimmte zum Übergang $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{1/2}$ eingestrahlt. (b) Zeeman-Aufspaltung der einzelnen Hyperfeinniveaus. Unser Magnetfeld beträgt $B_0 = 4\text{ G}$. Der Pumplaser koppelt den Grundzustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$ an die angeregten Zustände $|F' = 2, m'_F = 1\rangle$ und $|F' = 1, m'_F = 1\rangle$.

Die Wellenlänge des Pumplichts liegt in der Nähe der D_1 -Linie, also bei 795 nm . Die Polarisation des Pumplichts steht senkrecht zur Einfallsebene. Nur für diese Polarisation beobachtet man eine Besetzung höherer Impulsmoden. Bei horizontaler Polarisation bleibt das BEC unverändert. Das Offsetfeld unserer Magnetfalle beträgt $B_0 = 4\text{ G}$ und ist entlang der langen Achse des BECs gerichtet, es werden also σ^- -Übergänge vom Zustand $^2S_{1/2}, |F = 2, m_F = 2\rangle$ in den Zustand $^2P_{1/2}, |F = 2, m_F = 1\rangle$ getrieben. Von dort werden die Atome in den Ausgangszustand $|2, 2\rangle$ abgeregt und emittieren ein zirkular polarisiertes Lichtfeld. Die Abstrahlung von linear polarisiertem Licht ist in Richtung der Quantisierungsachse nicht möglich. Unser Resonator hat nur für senkrechte Polarisation eine hohe Finesse. Außerdem ist das Modenspektrum für horizontale Polarisation ein anderes als für senkrechte Polarisation. Die Frequenz des Pumpstrahls wird so gewählt, dass das umgestreute Licht auf einer TEM_{00} -Mode hoher Finesse liegt. Das von den Atomen gestreute zirkular polarisierte Licht lässt sich zusammensetzen aus zwei Lichtfeldern, eines senkrecht und eines horizontal polarisiert. Vom Resonator wird nur die senkrechte Polarisation unterstützt, also wird der horizontale Anteil unterdrückt. Das abgestrahlte Feld muss also halbiert und somit die Intensität also um einen Faktor 4 verkleinert werden in den Simulationen, die die Umstreuung des kompletten Lichtfeldes annehmen.

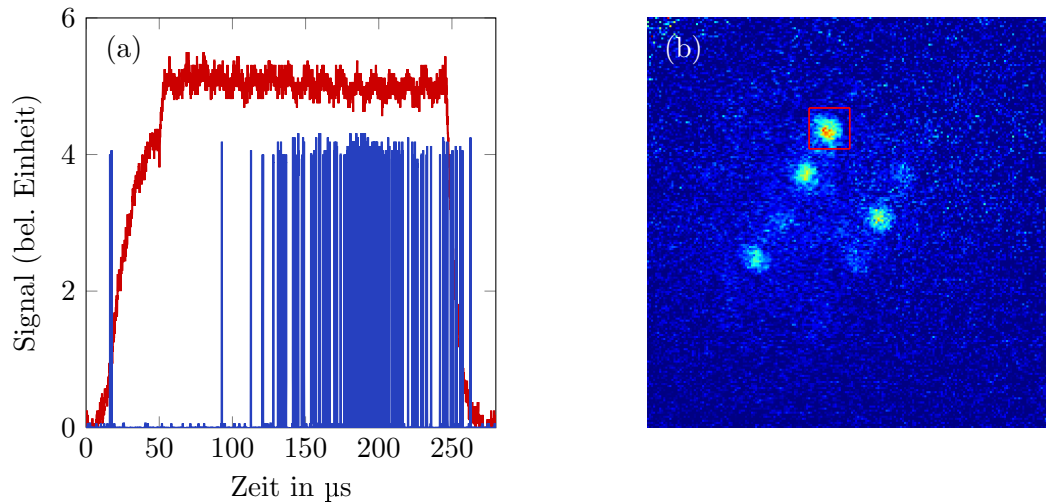


Abbildung 4.3: Beispiel für ein typisches Messsignal. Links ist die Resonatortransmission des Pumplichts zu sehen (rot) und das Signal des Photonenzählers (blau). Rechts ist eine Absorptionaufnahme zu sehen. Der gesamte Bildausschnitt beträgt 150×150 Pixel (ca. $535 \mu\text{m} \times 535 \mu\text{m}$), das rote Quadrat misst 20×20 Pixel (ca. $71 \mu\text{m} \times 71 \mu\text{m}$).

Als Messsignal dienen zum einen die Absorptionen der Atome, welche mit der vertikalen Abbildung aufgenommen werden, zum anderen die in den Resonator gestreuten Photonen. Deren Anzahl kann bestimmt werden, indem der Anteil der aus dem Resonator durch Transmission durch einen Resonatorspiegel entlassenen Photonen mit einem Photonenzähler gezählt und das Signal zeitaufgelöst mit einem Oszilloskop aufgenommen wird. Typische Messergebnisse sind in Abbildung 4.3 zu sehen. Abbildung 4.3(a) zeigt das Transmissionssignal des Pumplichts (rot) und das Signal des Photonenzählers (blau). Auffällig ist, dass die Photonen verzögert in die Resonatormode gestreut werden und nicht direkt nach Anschalten des Pumplichts. Dieses Verhalten wird später genauer untersucht. In Abbildung 4.3(b) ist ein typisches Absorptionbild der Impulsverteilung nach 15 ms Fallzeit zu sehen.

Um die Physik des Systems genauer zu verstehen, ändert man verschiedene Parameter wie die Verstimmung zur atomaren Resonanz, die Leistung oder die Pulslänge und prüft, wie sich dabei sowohl die Besetzung der Impulsmoden als auch die Zahl der gestreuten Photonen ändert. Zur Auswertung der Photonenzahl wurde ein einfaches Matlab-Programm geschrieben, welches die einzelnen Maxima zählt. Die Auswertung der Atomzahl in den einzelnen Moden erfolgt, indem ein kleiner Bereich fester Größe gewählt wird, der genau eine Impulsmode umschließt. In Abbildung 4.3(b) ist dieser Bereich als rotes Quadrat eingezeichnet. In diesem wird die Atomzahl durch Aufaddieren der Pixelwerte bestimmt. Um das Hintergrundsignal von der Atomzahl abzuziehen, werden die Pixelwerte zusätzlich an einer Stelle ohne Atome aufsummiert. Die Genauigkeit dieser Methode liegt bei ungefähr 20%. Der Fehler lässt sich zurückführen auf den Halo nicht kondensierter Atome, der sich teilweise um die Impulsmoden bildet. Dieser Halo kommt zum einen von dem nicht kondensierten Anteil des Anfangskondensats, zum anderen von restlicher Rayleighstreuung an der TEM_{11} -Mode.

In den folgenden Unterkapiteln werden diese Messungen beschrieben, die Ergebnisse vorgestellt und mit den Simulationen verglichen.

4.2 Abhängigkeit von der Laserverstimmung

Gemessen wird die Abhängigkeit der Streuung von der Frequenz des eingestrahlichten Lasers. Hierbei sind zwei Verstimmungen zu beachten: zum einen die der Pumpfrequenz zur atomaren Resonanz $\Delta_a = \omega_p - \omega_0$, zum anderen die der Pumpfrequenz zur nächsten Resonatormode $\Delta_c = \omega_p - \omega_{\text{TEM}_{00}}$. Die Verstimmung zur D_1 -Linie kann man dabei nicht frei wählen, da der Laser auf eine TEM_{11} -Mode des Resonators stabilisiert werden muss. Das bedeutet, dass man die Verstimmung nur in Einheiten des freien Spektralbereichs wählen kann, da die Resonatoreigenfrequenz nicht beeinflusst werden kann und außerdem zeitlich driftet. Man muss die Laserfrequenz mit Hilfe eines Wellenlängenmessgeräts für jede Messung neu bestimmen. Die Verstimmung Δ_c zur Resonanz der TEM_{00} -Mode dagegen ist genau einstellbar.

Beobachtet werden unterschiedliche Muster in der Impulsverteilung für unterschiedliche Verstimmungen Δ_c . Allerdings beobachtet man die Streuung nur für relativ große Verstimmungen von der ursprünglich gemessenen TEM_{00} -Mode. Das liegt daran, dass die Atome einen Brechungsindex für das Licht im Resonator darstellen und somit die Resonanzfrequenz verschieben. Die kollektive Lichtverschiebung beträgt [Klinner06, Bux11]:

$$U_N = Ng^2 \frac{\Delta_a}{\Delta_a^2 + \kappa_c^2} \simeq \frac{Ng^2}{\Delta_a} \quad (4.1)$$

mit der Kopplungsstärke $g = \sqrt{\frac{d^2 \omega_0}{2\epsilon_0 \hbar V}} = 2\pi \times 120 \text{ kHz}$. Dabei ist d das Dipolmoment und V das Modenvolumen, welches gegeben ist durch $V = \frac{\pi}{2} \times w_0^2 L = 1,7 \text{ mm}^3$. Für negative Verstimmung zur D_1 -Linie muss man also negativ verstimmt zur leeren Resonatorresonanz einstrahlen und positiv für positive Verstimmung Δ_a . Anschaulich wird dies dargestellt in Abbildung 4.4.

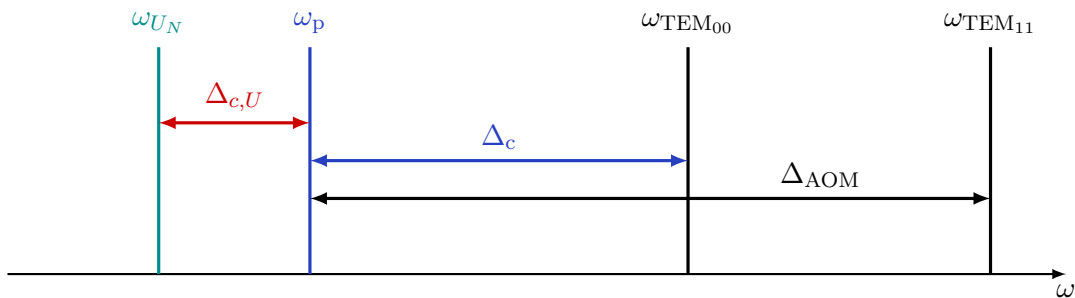


Abbildung 4.4: Für den hier gezeigten Fall $\Delta_a < 0$ wird die Resonanz der Cavity $\omega_{\text{TEM}_{00}}$ durch die Atome hin zu kleineren Frequenzen verschoben, und zwar auf den Wert ω_{UN} . Entsprechend beträgt die Verstimmung zur Cavityresonanz mit Atomen $\Delta_{c,U}$.

Um die Frequenzverschiebung qualitativ zu bestimmen, nehmen wir die Zahl der in den Resonator gestreuten Photonen für unterschiedliche Verstimmungen Δ_c zwischen Pumplaser und „leerem“ Resonator auf. Anschließend wird ein Lorentzfit an die entsprechenden Resonanzkurven gemacht und daraus die Verstimmung $\Delta_{c,U} = \Delta_c - U_N$ bestimmt, bei der die Streuung maximal ist. Ein Beispiel dafür ist in Abbildung 4.5(a) zu sehen. Beobachtet wird eine starke Verbreiterung der Resonanzlinie. Der Fit von Abbildung 4.5(a) ergibt eine Breite von $\delta_{\text{FWHM}} = 100$ kHz. Das ist fünf mal mehr als die Finesse unserer Cavity erwarten ließe. Ein Grund dafür ist die schwankende Atomzahl von Schuss zu Schuss, die die Resonanzverschiebung jedes Mal ändert und so zu einer Verbreiterung führt. Im Experiment ist mit ca. 15% Atomzahlvariation zu rechnen, was zu einer Verbreiterung um den gleichen Prozentsatz führt und deutlich zu wenig ist im Vergleich zur gemessenen Linienbreite. Ein weiterer Grund ist die Verschlechterung der Finesse durch Herausstreuen von Cavityphotonen aus der Mode durch die Atome. Der Hauptanteil der Verbreiterung ist allerdings durch die Kopplung der Atome an die Cavitymode gegeben. Die Kopplungsstärke $g = 2\pi \times 120$ kHz entspricht der Verbreiterung der Linie.

In Abbildung 4.5(b) sind die gemessenen U_N für verschiedene Δ_a aufgetragen. Die rote Kurve wurde anhand von Gleichung (4.1) berechnet (mit $N = 80\,000$) und gibt die richtige Tendenz wieder.

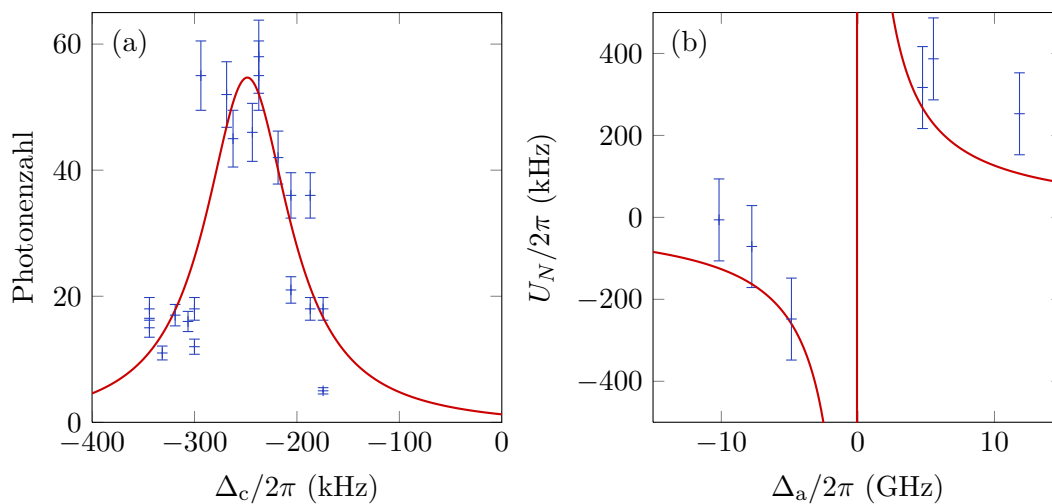


Abbildung 4.5: (a) Abhängigkeit der Zahl der gestreuten Photonen von Δ_c . Die blauen Kreuze geben die Messpunkte an, die rote Linie ist ein Lorentzfit. Die Messung dauerte $\tau = 200$ μs , die Fehlerbalken nehmen 10% Abweichung der Messwerte an. Die weiteren Parameter der Messung sind $\Delta_a = -2\pi \times 4,7$ GHz und $I = 50$ mW/cm². (b) Abhängigkeit der Resonanzverschiebung U_N von Δ_a . Die rote Linie stellt die Berechnung von U_N für $N = 80\,000$ dar. Die blauen Kreuze stellen die Verstimmungen maximaler Streuung $\Delta_{c,U}$ dar. Die Fehlerbalken nehmen ebenfalls 10% Abweichung an.

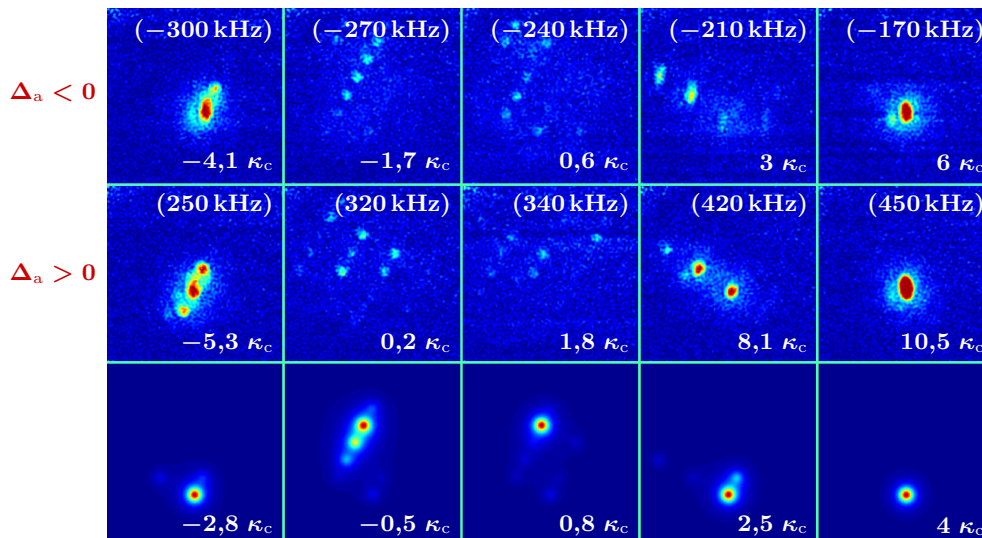


Abbildung 4.6: Die Impulsverteilungen für $N = 80000$ Atome für unterschiedliche Verstimmungen des Pumplasers Δ_c (in Klammern). Die Pulsdauer beträgt $\tau = 200 \mu\text{s}$. In der oberen Zeile ist $\Delta_a = -2\pi \times 4,7 \text{ GHz}$ und $I_p = 50 \text{ mW/cm}^2$. In der mittleren Zeile ist $\Delta_a = 2\pi \times 4,8 \text{ GHz}$ und $I_p = 90 \text{ mW/cm}^2$. Die untere Zeile zeigt das Ergebnis der Simulation der Ratengleichungen (2.36), wobei die Verschiebung der Resonanzfrequenz des Resonators durch die Atome außer Acht gelassen wurde. Die Simulationen nehmen die gleichen Parameter an wie die Messungen in der oberen Zeile, allerdings muss die Intensität fünfmal höher angesetzt werden, um ähnliche Muster zu erhalten.

Vergleich mit dem Simulationen der Ratengleichungen

In Abbildung 4.6 sind in der oberen Zeile Bilder für rote Verstimmung des Pumplasers zur D_1 -Linie zu sehen, in der mittleren Zeile für blaue Verstimmung. Die im Bild eingetragenen Werte in Klammern geben die Verstimmung Δ_c zur leeren Resonatoreigenfrequenz (ohne Atome) an. Man kann erkennen, dass die Muster, die die Impulsverteilungen annehmen, in beiden Fällen ähnlich sind für ähnliche Verstimmungen von der Resonatoreigenfrequenz. Die Werte in Einheiten von κ_c geben an, wie groß die Verstimmung zur verschobenen Resonanz $\Delta_{c,U}$ ist. Man kann erkennen, dass die Atome ähnliche Impulsmoden besetzen für das gleiche Vorzeichen von $\Delta_{c,U}$. Für positives $\Delta_{c,U}$ erhält man eine Reihe von Impulszuständen von rechts unten nach links oben, für negative Verstimmungen von links unten nach rechts oben. Interessanterweise gibt diese Tendenz auch die Simulation unserer Ratengleichung aus Kapitel 2.3.1 wieder, welche in der unteren Zeile zu sehen ist. In diesem Modell wird die Verschiebung der Resonatoreigenfrequenz durch die Atome außer Acht gelassen, wodurch die Simulation mit beiden Messreihen vergleichbar ist. Allerdings erreicht man diese Bilder nur, wenn man die Besetzung über alle Zeiten t aufaddiert. Die superradiante Verstärkung verursacht, dass eine dominante Impulsmode nach der anderen mit allen Atomen besetzt wird. Reihen von teilweise besetzten Zuständen wie im Experiment erreicht man mit diesem Modell nicht. Darum muss man über alle Zeiten mitteln, die das System durchlaufen hat. Es werden also für unterschiedliche Verstimmungen Δ_c verschiedene Impulszustände besetzt.

Man kann theoretisch über die Wahl der eingestrahlten Pumpfrequenz das Impulsmuster festlegen. Durch eine Folge unterschiedlicher Verstimmungen könnte man sogar die Atome gezielt in einen einzigen Impulszustand laden. Experimentell ist dies leider schwierig, da die Atomzahlschwankungen eine variierende Verstimmung einführen, die zum jetzigen Zeitpunkt nicht kontrollierbar ist.

Die Ratengleichungen liefern kein Ergebnis für den Zeitverlauf der Photonenstreuung, da im Modell nur die Impulsmoden berücksichtigt werden. Allerdings kann man aus der Streurrate die maximal zu erwartende Photonenzahl berechnen. Auf Resonanz ($\Delta_c = 0$) beträgt die Streurrate eines Pumpstrahls in die Resonatormode

$$R_{cv} = \mathcal{L}(0)R_{sr} = \frac{2F}{\pi}R_{sr} \quad (4.2)$$

mit der Rate R_{sr} aus Gleichung (2.28). Zunächst wird die Rate R_{out} bestimmt, mit der die Photonen aus der Cavitymode lecken. Diese Rate beträgt

$$R_{out} = T_{hr} \frac{F}{\pi} R_{cv} . \quad (4.3)$$

Dabei ist $T_{hr} = 1,5$ ppm die Transmission des hochreflektierenden Resonatorspiegels, durch den die Photonen ausgekoppelt werden. Um die Rate zu bestimmen, mit der der Photonen-zähler die Photonen detektiert, muss man einige Eigenschaften des Counters berücksichtigen. Aus dem Datenblatt erhält man

- Dark Count Rate: $R_{dark} = 500 \frac{1}{s}$
- Dead time: $\tau_d = 50$ ns
- Detection efficiency: $D_{eff} = 60$ %

Das Datenblatt gibt außerdem an, wie man aus der Zählrate R_{pc} des Zählers die tatsächlich auftreffende Photonenzahl berechnen kann:

$$R_{out} = \frac{1}{D_{eff}} \left(\frac{R_{pc}}{1 - \tau_d R_{pc}} - R_{dark} \right) \quad (4.4)$$

Die Detektionseffizienz wird weiter herabgesetzt durch die Einkopplungseffizienz der Faser, mit welcher das Signal detektiert und auf den Counter gegeben wird. Diese beträgt $D_{eff,fb} = 30$ %. Das detektierte Signal wird außerdem verkleinert durch eine Blende, die vor dem Photonendetektor steht. Diese dient dazu, das im Resonator rückreflektierte Licht der TEM_{11} -Mode auszublenden. Die Öffnung der Blende ist etwa $R_{Bl} = 800$ μ m groß. Um die Größe des Gaußstrahls am Ort der Blende zu berechnen, wurde die Position der Blende ausgemessen. Der Strahlradius an dieser Stelle lässt sich aus dem minimalen Strahlradius im Resonator berechnen zu $w(z_{Bl}) = 1,1$ mm. Integriert man den Intensitätsverlauf des Strahls

in radialer Richtung auf, so kann man berechnen, welcher Faktor der aus dem Resonator ausgekoppelten Intensität durch die Blende hindurch geht. Dieser beträgt

$$D_{\text{Bl}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf} \left(2 \frac{R_{\text{Bl}}^2}{w(z_{\text{Bl}})^2} \right) = 0,77. \quad (4.5)$$

Die gesamte Detektionseffizienz beträgt damit nur noch $D_{\text{eff}} = 0,14$.

Man kann Gleichung (4.4) nun umformen, um zu bestimmen, welche Rate der Zähler detektiert, wenn Photonen mit einer Rate R_{out} auf den Counter treffen. So erhält man das Signal, welches die simulierten Photonen auf dem Counter liefern würden:

$$R_{\text{pc,sim}} = \frac{0.14R_{\text{out,sim}} + R_{\text{dark}}}{1 + 0.14R_{\text{out,sim}}\tau_{\text{d}} + R_{\text{dark}}\tau_{\text{d}}}. \quad (4.6)$$

Die im Zeitintervall t auf dem Photonenzähler registrierte Photonenzahl beträgt dann

$$n_{\text{pc}} = R_{\text{pc}} * t. \quad (4.7)$$

Dabei ist $t = 200 \mu\text{s}$ die Einstrahldauer des Pumplasers. Setzt man die Zahlen aus den Messungen ein, so erhält man eine Streurrate von $R_{\text{cv}} = 3,5 \times 10^6 \frac{1}{\text{s}}$ und somit eine Photonenzahl von $n_{\text{ph}} = 6,1$. Dies ist allerdings nur eine grobe Abschätzung, weil nicht berücksichtigt wird, dass während der Einstrahldauer die Besetzung N_{r} der Rückstoßmoden ansteigt, was wiederum die superradiante Verstärkung der Streuung auslöst. Deswegen passt die Abschätzung recht schlecht zu den gemessenen Photonenzahlen (zum Vergleich in Abbildung 4.5: $n_{\text{ph, max}} = 60$).

Vergleich mit den Simulationen des quantenmechanischen Modells

Im Folgenden sollen die Ergebnisse der Simulationen des quantenmechanischen Modells (2.42) besprochen werden. Sie enthalten im Gegensatz zu den Ratengleichungen auch die Rückwirkung der umgestreuten Photonen auf das Kondensat, also die CARL-Dynamik. Die Gleichungen (2.42a) bis (2.42c) werden mit Hilfe des Runge-Kutta-Verfahrens erster Ordnung in Matlab simuliert:

$$f(t + dt) = f(t) + dt \cdot \dot{f}(t). \quad (4.8)$$

Dabei wird $f = c_{m,n}$ und $a_{1,2}$ eingesetzt. Der Startwert für $c_{m,n}$ wird so gesetzt, dass sich alle N Atome im Impulszustand $(0, 0)$ befinden. Ausgehend von diesem Zustand werden dann die anderen Zustände besetzt. Damit die Normierung der Besetzungen erhalten bleibt, wird die Gesamtbesetzung nach jedem Zeitschritt wieder auf N normiert. Dadurch werden dem Runge-Kutta-Verfahren innewohnende numerische Fehler minimiert. Die Besetzungen $c_{m,n}$

werden als Einträge einer Matrix der Größe $(2\ell + 1) \times (2\ell + 1)$ angesetzt. Dabei ist ℓ die Zahl der berücksichtigten Impulsmoden. Sie muss groß genug gewählt werden, damit alle besetzten Moden berücksichtigt werden und die Simulation nicht divergiert. Für die meisten hier präsentierten Simulationen wird $\ell = 6$ gewählt. Der Anfangswert für die Moden $a_{1,2}$ wird jeweils auf 1 gesetzt. Ohne Photonen in der Mode kann die Dynamik nicht beginnen. Die Annahme von einem Photon in jeder Mode ist aber realistisch, da gleich zu Beginn Photonen umgestreut werden und so in die Resonatormode gelangen.

Ein kompliziertes System wie das hier beschriebene, bestehend aus zwei Resonatormoden und den Impulsmoden eines BECs, lässt sich nur mit Vereinfachungen in übersichtlichen Formeln fassen. Die Vereinfachungen, die in der theoretischen Beschreibung und in den Simulationen gemacht werden, werden nun aufgezeigt.

Das Modell geht von perfekt homogenen Dichteverteilungen ohne Fluktuationen aus. Wie in [Scully06, Courteille10] beschrieben, streuen homogene Verteilungen verstärkt nach vorne, was eine Kopplung an die Resonatormoden eigentlich ausschließt. Aus diesem Grunde müssen die Moden zu Beginn der Simulation mit Photonen besetzt sein, um die Dynamik zu starten. Eine Art Pumpterm, der die Umstreuung in den Resonator an einer homogenen Wolke beschreibt, fehlt in diesem Modell. In der Realität ist das BEC nicht perfekt homogen, dadurch werden Photonen auch in andere Richtungen als ausschließlich in Vorwärtsrichtung gestreut, also auch in die Resonatormode. Dadurch wird der superradiante Prozess stimuliert. In den Simulationen muss dies durch eine manuelle Besetzung der Resonatormoden zu Beginn der Dynamik ausgeglichen werden.

Vernachlässigt wird außerdem der Einfluss, den die Strukturierung des BECs auf die Stark-Verschiebung hat. Das Modell nimmt einen konstanten Brechungsindex an, der sich nicht mit der Zeit ändert ($\frac{Ng^2}{\Delta_a}$). Die Ausbildung eines Impulsgitters im BEC wird aber den Brechungsindex zeitlich ändern. Diese Dynamik wird vernachlässigt.

Auch thermische Fluktuationen, Quantenfluktuationen und der Einfluss der endlichen Größe des BECs werden vernachlässigt. Diese haben einen Einfluss auf die Ausbildung des Dichtegitters und damit auf die Kopplung von Pump- und Resonatormoden und führen zu Dämpfung und zu Verlusten. So werden beispielsweise Photonen aus der Resonatormode heraus gestreut und Atome gehen durch Stöße verloren. Diese Prozesse werden in der Theorie nicht berücksichtigt. Derartige Verlustprozesse führen zu den Halos thermischer Atome, welche teilweise in den Absorptionsabbildungen zwischen den Impulszuständen zu sehen sind.

Das Pumplichtfeld koppelt den Grundzustand $|2, 2\rangle$ an die beiden angeregten Zustände $|2, 1\rangle'$ und $|1, 1\rangle'$. Um das erzeugte Dipolmoment korrekt aufzustellen, muss man die Stärke des Übergangsmatrixelements beider beteiligter Übergänge berechnen. Dafür benötigt man die Clebsch-Gordan-Koeffizienten und die Wigner 6j-Symbole. Beide sind in [Steck01] tabelliert.

Das effektive Dipolmoment berechnet sich damit gemäß [Steck01]

$$d_{\text{eff}} = \langle F | \mathbf{d} | F' \rangle = \underbrace{\langle J | \mathbf{d} | J' \rangle}_d \underbrace{(-1)^{F'+J+1+I} \sqrt{(2F'+1)(2J+1)}}_{\text{Dipolmatrixelement } C} \left\{ \begin{array}{ccc} J & J' & 1 \\ F' & F & I \end{array} \right\}. \quad (4.9)$$

Korrekterweise müsste man nun für jeden Übergang ein eigenes Dipolmoment berechnen mit der jeweiligen Verstimmung und dem jeweiligen Dipolmatrixelement. Das Pumplicht ist allerdings so weit von der Übergangsfrequenz verstimmt (mehrere GHz), dass man eine effektive Verstimmung einführen kann (Die Hyperfeinaufspaltung von $5^2P_{1/2}$ beträgt nur 816 MHz.). Somit lässt sich ein effektives Dipolmatrixelement C_{eff} berechnen über

$$C_{\text{eff}} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}. \quad (4.10)$$

In unserem Fall beträgt es $C_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{6} + \frac{1}{2}} = 0.82$. Das effektive Dipolmoment ist somit

$$d_{\text{eff}} = 0.82 \cdot d. \quad (4.11)$$

In den Simulationen wird der Einfachheit halber mit dem vollen Dipolmoment gerechnet. Die Stärke der einzelnen Übergänge wird also vernachlässigt. Streng genommen ist dies nicht korrekt, da wir aber eine gute qualitative Übereinstimmung mit den Simulationen haben, ist dies gerechtfertigt. Für einen quantitativen Vergleich sind die Messungen zu starken Driften ausgesetzt (aufgrund von Atomzahlschwankungen ändert sich die effektive Verstimmung $\delta_c - U_N$) als dass eine genauere Anpassung der Simulationen vonnöten wäre.

Um eine gute Übereinstimmung der Simulationen des quantenmechanischen Modells (2.42) mit den Messungen zu erreichen, muss die Intensität des Pumpstrahls um einen Faktor 6 verkleinert werden relativ zum Wert der Messungen. Ein Grund dafür ist, dass im Modell die volle Intensität in die Resonatormode umgestreut wird. Der Purcellfaktor unseres Systems beträgt allerdings nur 0,4, das bedeutet, dass nur 40% der Photonen umgestreut werden. Der restliche Teil wird isotrop in alle Richtungen (Rayleighstreuung) oder aufgrund der Kooperativität im BEC in Vorwärtsrichtung gestreut. In den Absorptionsabbildungen ist dies am Halo zu erkennen, welcher sich teilweise um die Impulsmoden ausbildet. Ein zweiter Grund für die Annahme einer geringeren Intensität ist der Überlapp des Pumpstrahls mit dem Kondensat. Die in der Messung angegebene Intensität ist die Intensität im Zentrum des Gaußstrahls. Diese nimmt an den Rändern des Strahlprofils ab. Befindet sich das BEC nicht exakt im Zentrum des Strahls, so ist die effektive Intensität geringer. Läge das BEC nur 650 μm außerhalb des Strahlmaximums, so wäre die Intensität bereits auf die Hälfte abgefallen. Das BEC ist deutlich kleiner als der Strahlradius (3,5 μm \times 3,5 μm \times 16 μm), dennoch ist nicht gesichert, dass es sich exakt im Maximum der Intensität befindet. Als dritter Grund bleibt zu nennen,

dass das in den Resonator emittierte Lichtfeld zirkular polarisiert ist. Der Resonator unterstützt zirkular polarisiertes Licht jedoch nicht, sondern nur linear polarisiertes. Das zirkulare Licht lässt sich jedoch in zwei lineare Wellen aufteilen:

$$E_{\text{zirk}} = E_s e^{i\omega t} + iE_p e^{i\omega t}. \quad (4.12)$$

Demnach trägt nur die halbe Intensität zur Dynamik bei.

Aus diesen Gründen definieren wir nun die effektive Intensität $I_{\text{eff}} = \frac{1}{6}I_{\text{mess}}$, welche für alle folgenden Simulationen verwendet wird. Die gemessene Intensität I_{mess} wird dabei für jede Messung erwähnt. Um eine gute Übereinstimmung der Simulationen mit den Messergebnissen zu erzielen, muss die Rückwirkung des optischen Gitters, welches sich im Resonator bildet, vernachlässigt werden und die entsprechenden Terme auf Null gesetzt werden. Dies wird genauer in Abschnitt 4.5 diskutiert.

In Abbildung 4.7 ist der Vergleich der Impulsverteilungen für rote Verstimmung zur atomaren Resonanz mit den Simulationen zu sehen. Die Simulationsparameter entsprechen denen der Messung und für die Pumpintensität wurde I_{eff} genommen. Man sieht eine gute Übereinstimmung von Simulation und Messung, besonders bei großen Verstimmungen Δ_c . Für kleine $\Delta_{c,U}$ werden viele Impulsmoden besetzt, so dass im Experiment die Atomzahlen pro Mode zu klein werden und vom Hintergrund kaum noch zu unterscheiden sind. Das wirkt sich negativ auf die Genauigkeit der experimentell gemessenen Besetzungen aus.

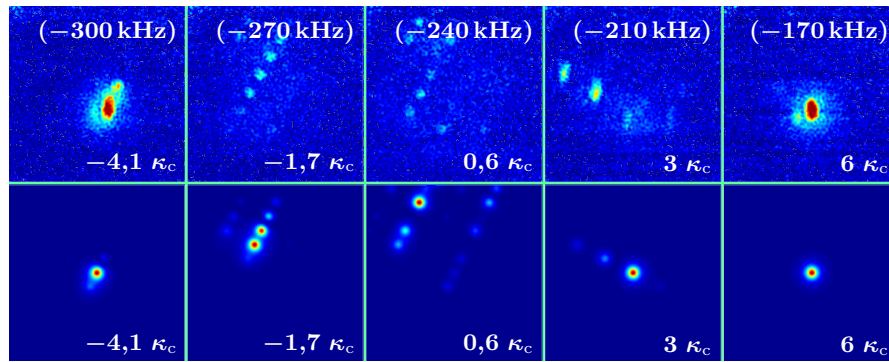


Abbildung 4.7: Die Impulsverteilungen für $N = 80\,000$ Atome für unterschiedliche Verstimmungen des Pumpasers Δ_c (in Klammern). Die Pulsdauer beträgt $\tau = 200\ \mu\text{s}$. In der oberen Zeile ist $\Delta_a = -2\pi \times 4,7\ \text{GHz}$ und $I_p = 50\ \text{mW}/\text{cm}^2$. Die untere Zeile zeigt das Ergebnis der Simulation der vollen quantenmechanischen Gleichungen (2.42). Die Simulationen nehmen die gleichen Parameter an wie die Messungen in der oberen Zeile, allerdings muss die Intensität des Pumplichts 6,5 mal kleiner angesetzt werden, um ähnliche Muster zu erhalten.

In Abbildung 4.8 wird ein Beispiel zur Auswertung der gestreuten Photonen gegeben. Das Signal des Photonenzählers (grün) wird über aufeinanderfolgende Zeitintervalle (im Bild $20\ \mu\text{s}$) aufsummiert und die so erhaltene Zählrate wird über die Zeit dargestellt (blau). Die Frage ist nun, wie sich die Simulationen damit vergleichen lassen. Als Ergebnis der Simulation erhält man die Photonenzahl in der Resonatormode $n_{\text{cv,sim}} = |a_2|^2$. Daraus lässt sich die Rate

bestimmen, mit der die Photonen aus dem Resonator herauslecken. Diese ist gegeben durch

$$R_{\text{out,sim}} = T_{\text{hr}} \delta_{\text{fsr}} n_{\text{cv,sim}}. \quad (4.13)$$

Dabei ist $T_{\text{hr}} = 1,5 \text{ ppm}$ die Transmission des Hochreflektors, hinter dem gemessen wird, und δ_{fsr} der freie Spektralbereich des Resonators.

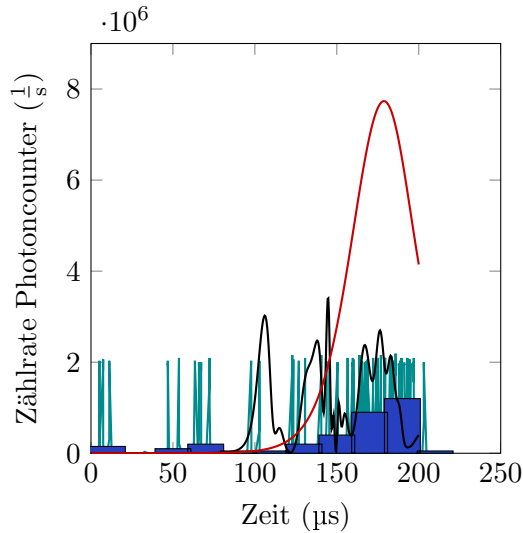


Abbildung 4.8: Auswertung der gestreuten Photonen. Die grüne Kurve stellt das vom Photodetektor gemessene Signal dar, multipliziert mit einem Faktor 5×10^5 , um alle Kurven in einem Diagramm darstellen zu können. Zur Berechnung der blauen Kurve ist das Photonensignal über Intervalle von $20 \mu\text{s}$ aufsummiert worden. Die rote und die schwarze Kurve sind Ergebnisse der Simulationen ohne bzw. mit dem Gitterterm. Die Werte für Simulation und Messung sind die selben wie in Abbildung 4.7 im Bild für $-1,7 \kappa_c$.

Mit Gleichung (4.6) kann man nun das Signal berechnen, welches die simulierten Kurven auf dem Photoncounter liefern würden. Auf diese Weise erhält man die rote (ohne Gitter) und die schwarze (mit Gitter) Kurve in Abbildung 4.8. Wie man sieht, ist die Messung um einen Faktor 10 kleiner als die Simulation. Dies ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass das BEC nicht perfekt vom Pumpstrahl getroffen wird. Ist die Überlagerung zwischen Pumpstrahl und Kondensat nicht perfekt, so trägt nicht die gesamte Intensität zur Dynamik bei und ein Teil des Strahls geht verloren. Ein Faktor 10 ist also durchaus realistisch. Man kann gut erkennen, dass in diesem Falle die Simulationen ohne den Gitterterm besser zu den Messungen passen als jene mit Gitterterm. Letztere weisen deutlich zu viele Oszillationen auf.

Wieviele Photonen werden insgesamt in die Cavity gestreut? Um die gesamte Photonenzahl zu bestimmen, wird das simulierte Photonensignal $R_{\text{pc,sim}}$ über den gesamten Zeitverlauf integriert und über die Verstimmung aufgetragen. Das Ergebnis wird dann mit einer Messung verglichen. In Abbildung 4.9 ist das Ergebnis zu sehen. Die blaue Kurve stellt die Messwerte dar, die rote die Simulation ohne Gitterterm und die schwarze die mit Gitter. Wendet man auch hier auf die gemessene Kurve den Faktor 10 an, so sieht man, dass wieder die Simulation

ohne Gitter besser passt.

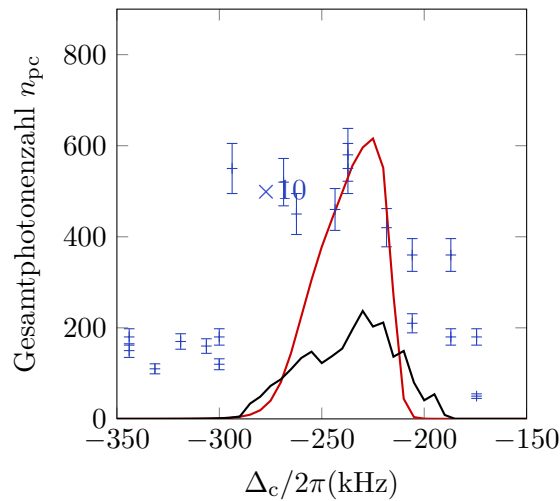


Abbildung 4.9: Gesamtzahl der gestreuten Photonen in der Resonatormode a_2 als Funktion der Resonatorverstimmung. Die blaue Kurve gibt die Messwerte wieder, multipliziert mit einem Faktor 10, die rote Kurve gibt die Simulation ohne, die schwarze mit Gitterterm wieder.

Ein charakteristisches Merkmal des Photonensignals wie in Abbildung 4.8 ist die Verzögerung Δt bis die Photonenstreuung ihren Maximalwert erreicht. Diese wird bestimmt, aus dem Abstand von $t = 0$ (also dem Beginn des Pumplichtpulses) bis zum ersten Signal, welches mindestens die halbe Höhe des höchsten Peaks aufweist, berechnet wird. Kleine, lokale Maxima werden außer Acht gelassen. In Abbildung 4.10 ist die Auswertung der Verschiebung Δt für verschiedene Verstimmungen Δ_c aufgetragen. Die blaue Kurve stellt die Messpunkte dar. Zur Berechnung der Fehlerbalken in y -Richtung wurde für jede Verstimmung Δ_c die Photonenzahl für unterschiedliche Intervallbreiten ausgewertet und der Mittelwert über alle so bestimmten Δt genommen. Die Intervallgröße wurde dafür von 5 bis 30 μs variiert. Die Größe des Fehlerbalkens weist darauf hin, dass eine deutliche Abhängigkeit von der Wahl der Intervallbreite besteht. Den Fehlerbalken in x -Richtung liegt die Annahme zugrunde, dass die Schwankung der Atomzahl etwa 10% beträgt und linear in die effektive Verstimmung $\Delta_{c,U} = \Delta_c - U_N$ eingeht. In Abbildung 4.10 scheint die Simulation mit dem Gitterterm besser auf die Messung zu passen.

Es ist anzumerken, dass sowohl die Streuung der Photonen als auch die Besetzung der Impulsmoden stark von der Startphotonenzahl abhängt. Je nachdem, wie die Zahl der Photonen zu Beginn gewählt wird, ändert sich das Impulsmuster. Da die Zahl der Photonen, die eventuell schon zu Beginn in der Resonatormode sind, nicht bestimmt werden kann, ist die Wahl dieses Parameters offen. In allen hier gezeigten Simulationen wurde der Startwert für beide Moden auf $a_1(0) = a_2(0) = 1$ gesetzt.

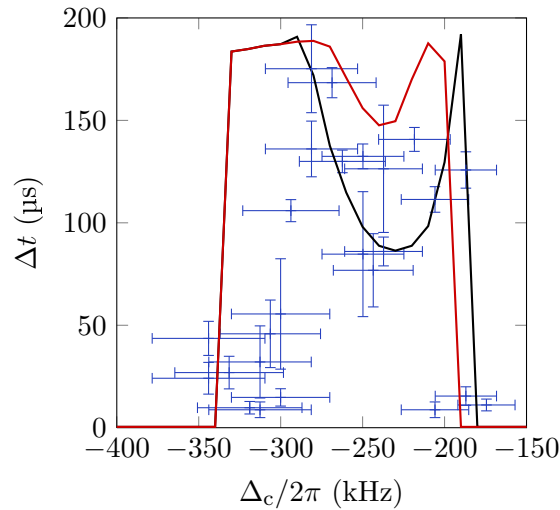


Abbildung 4.10: Auswertung der Verzögerung des Maximums der Photonenstreuung. Die blaue Kurve gibt die Messwerte wieder. Die Bestimmung der Fehlerbalken wird im Text erläutert. Die schwarze Kurve ist das Ergebnis der Simulation mit Gitterterm. Die rote Kurve stellt die Simulation ohne Gitterterm dar.

4.3 Abhängigkeit von der Intensität

Wie hängt die Besetzung der Impulsmoden von der Pumpintensität ab? Für diese Messung wurde die Verstimmung zu Resonatorresonanz und die Pulsdauer konstant gehalten. Die Pumpleistung wurde variiert. In Abbildung 4.11 sind die Ergebnisse zu sehen. In der oberen Zeile ist die Messung abgebildet, in der unteren die Simulation des Quantenmodells. Beide passen recht gut aufeinander. Die Simulationen des Quantenmodells wurde mit I_{eff} durchgeführt. Man erkennt, dass die mit steigenden Leistungen immer mehr Moden besetzt werden. In den Simulationen wurde der Gitterterm auf Null gesetzt, da ohne diesen Term die Messungen besser zu den Simulationen passen.

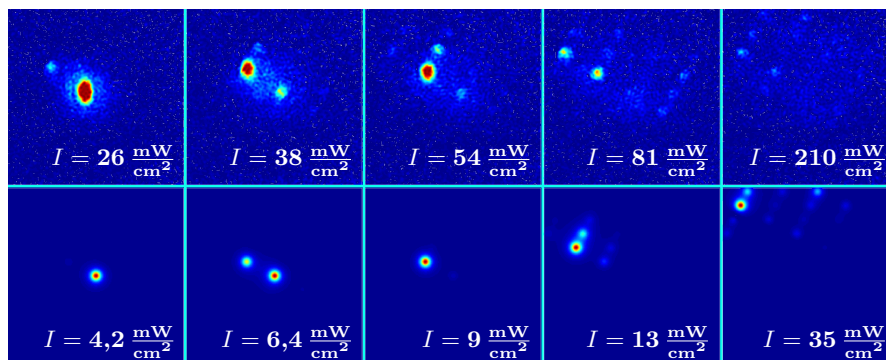


Abbildung 4.11: Besetzung der Impulsmoden für verschiedene Pumpleistungen für $N = 80\,000$ Atome. Die Pulsdauer beträgt $\tau = 200\ \mu\text{s}$, die Verstimmung zur atomaren Resonanz $\Delta_a = -2\pi \times 8,4\ \text{GHz}$, die zur Resonatorresonanz $\Delta_{c,U} = 0,8\ \kappa_c$. In der oberen Zeile sind die Messergebnisse zu sehen, in der unteren die Simulationen. Die Simulationen wurden mit I_{eff} durchgeführt, um ähnliche Impulsverteilungen zu erhalten.

In Abbildung 4.12 ist zu sehen, wie sich die Population in den Moden $c_{0,0}$, $c_{1,0}$, $c_{1,1}$ und $c_{2,0}$ mit wachsender Intensität ändert. Für die Messdaten (blau) wurde in den Impulsbildern die Atomzahl pro Impulsmode bestimmt, indem über einen kleinen Bereich, in dem sich die Mode befindet, aufsummiert wurde. Normiert wurde auf die Summe der Atome in den aufgetragenen Moden. Vernachlässigt werden dabei Atome, welche sich in höheren Impulsmoden befinden. Die roten Kurven wurden mit den selben Parametern simuliert wie in Abbildung 4.11, d.h. mit dem Quantenmodell ohne den Gitterterm. Die Simulationen wurden mit I_{eff} durchgeführt. Zur gemeinsamen Darstellung in einem Plot wurde die Leistung in der simulierten Kurve wieder um jenen Faktor 6 vergrößert. Man erkennt eine qualitativ gute Übereinstimmung zwischen den Messungen und der Simulation, besonders in (a) und (b). Die grüne Kurve zeigt das Ergebnis des Ratenmodells (2.36). Hier musste die Leistung nicht angepasst werden. Dennoch ist die Übereinstimmung weniger gut als beim vollen Modell. Besonders deutlich wird die Abweichung in (a), da hier sowohl in der Messung als auch in der quantenmechanischen Simulation die Population wieder ansteigt ab einer gewissen Pumpintensität. Dies tritt beim Ratenmodell nicht auf. Die schwarze Kurve gibt die Simulation der einfachsten vorstellbaren Ratengleichung wieder, nämlich der ohne superradiante Verstärkung. Diese hat die Form

$$\dot{N}_{u,v} = \sum_{\pm} \left(\frac{1}{2} R_{u-1,v\pm 1,\mp} N_{u-1,v\pm 1} - \frac{1}{2} R_{u,v,\pm} N_{u,v} \right) . \quad (4.14)$$

Die Dynamik entsteht hier nur durch spontane Besetzung anderer Impulsmoden. Wie man deutlich sieht, passt dieses Modell überhaupt nicht zu den Messungen. Die beste Übereinstimmung liefert das quantenmechanische Modell, welches sowohl Superradianz als auch eine CARL-ähnliche Dynamik beinhaltet.

4.4 Zeitliches Verhalten

Wir möchten außerdem herausfinden, wie die Besetzung der Impulsmoden von der Dauer des Pumpimpulses abhängt. Dazu werden Pumpleistung und -verstimmung konstant gehalten und nur die Pumpdauer wird variiert. Abbildung 4.13 zeigt die Ergebnisse. In der oberen Zeile ist die Messung zu sehen, die untere zeigt die Simulation des quantenmechanischen Modells mit der Messung ähnlichen Parametern. Die gute Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation ist bis auf kleine Abweichungen deutlich zu erkennen. Auch hier wurde in den Simulationen der Gitterterm vernachlässigt.

Die zeitliche Besetzung der Moden $c_{0,0}$, $c_{1,0}$, $c_{1,1}$ und $c_{2,0}$ ist in Abbildung 4.14 zu sehen. Die Messdaten werden ausgewertet, indem in den Bildern jeweils die Atomzahl in den entsprechenden Moden bestimmt und für die verschiedenen Pulslängen aufgetragen wird. Normiert wird auf die Summe der gezählten Atome in diesen Moden, um auf diese Weise Atomzahlschwankungen von Bild zu Bild zu kompensieren. Die roten Kurven stellen wieder die Simulation

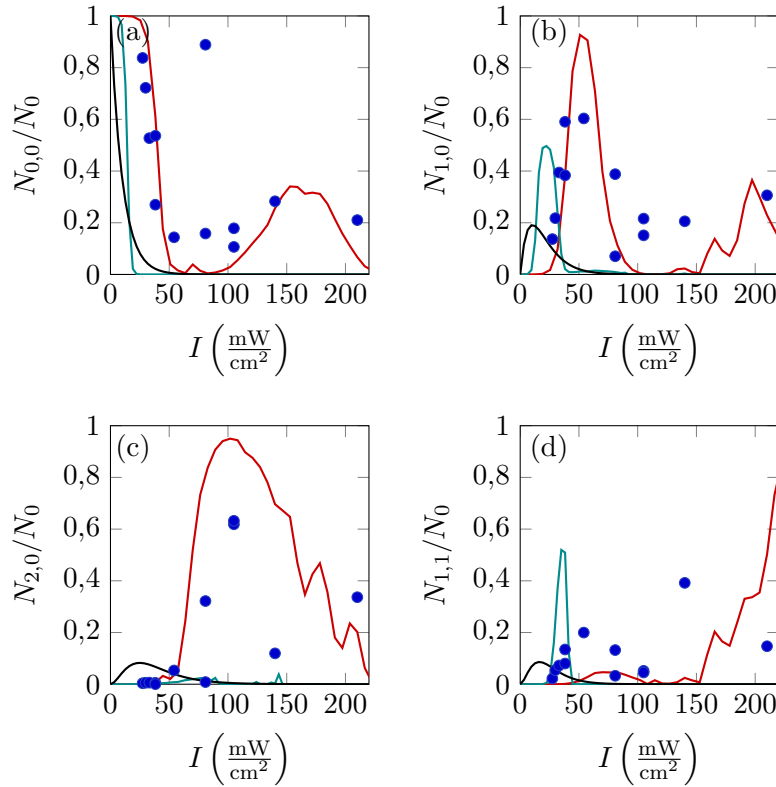


Abbildung 4.12: Atomzahl in den Impulsmoden $N_{m,n} = |c_{m,n}|^2$ mit $(m,n) = (0,0), (1,0), (1,1)$ und $(2,0)$ (von links oben nach rechts unten) aus der Messung von Abbildung 4.11 als Funktion der Pumpintensität. Die roten Kurven sind aus den Quantensimulationen ohne Gitter gewonnen. Die Simulationsparameter sind dieselben wie in Abbildung 4.11. Die grüne Kurve ist die Simulation der Ratengleichungen (2.36). Auch hier sind die Parameter die selben. Die schwarze Kurve wurde ebenfalls aus den Ratengleichungen gewonnen. Allerdings wurde hier die Superradianz ausgeschaltet. Näheres dazu im Text. Die Intensität musste dafür um einen Faktor 5000 größer angesetzt werden, damit die Kurven in der gleichen Größenordnung liegen.

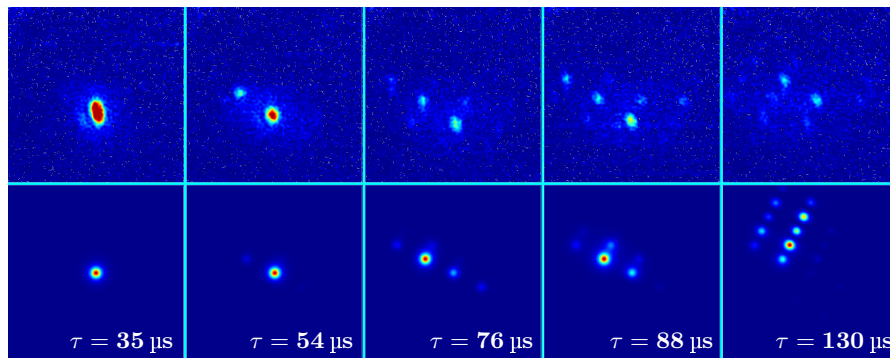


Abbildung 4.13: Impulsverteilungen für $N = 80\,000$ Atome für unterschiedliche Pulslängen τ . Die obere Reihe zeigt Messungen mit $\Delta_a = 2\pi \times 4,27$ GHz, $\Delta_c = 2\pi \times 253$ kHz und $I = 70 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$. Die untere Reihe zeigt Simulationen mit einer Intensität von $I = 8,9 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$. Die Verstimmung zur atomaren Resonanz beträgt $\Delta_a = 2\pi \times 4,27$ GHz, die zur Resonatorresonanz $\Delta_{c,U} = -2 \kappa_c$ (dies entspricht $\Delta_c = 2\pi \times 253$ kHz). Für die Simulation wurde eine etwas größere Atomzahl von $N = 89\,000$ angenommen. Außerdem wurde als Startbedingung in dieser Simulation eine Photonenzahl $a_1 = a_2 = 4$ angenommen, damit die Simulationen besser auf die Messungen passen.

des quantenmechanischen Modells dar, wobei als Leistung I_{eff} eingesetzt wird. Auch in den Simulationen wird die Atomzahl normiert auf die Gesamtzahl der Atome in den detektierten Zuständen. Die grüne Kurve gibt die Ergebnisse des Ratenmodells wieder, die schwarze die des Ratenmodells ohne Superradianz (Gleichung (4.14)). Man kann eine gute Übereinstimmung mit dem quantenmechanischen Modell ausmachen, wenn die Absolutwerte auch nicht perfekt stimmen. Man sieht dennoch deutlich, wie die Besetzung mit wachsender Pulslänge vom ursprünglichen Zustand $(0,0)$ über $(1,0)$ nach $(1,1)$ transportiert wird, wobei ein kleiner Teil auch den Zustand $(2,0)$ besetzt. Die Abweichungen sind auf die ungenaue Bestimmung der Atomzahl pro Mode zurückzuführen, denn dadurch, dass das gesamte Bild aufsummiert wird, ist man stark abhängig vom Rauschen des Hintergrunds, welcher auch mit gemessen wird. Dennoch ist ein wichtiges Merkmal zu erkennen, nämlich der verzögerte Anstieg der Atomzahl in den Moden $(1,0)$, $(1,1)$ und $(2,0)$. Dies ist zu erklären mit einer superradianten Dynamik des Systems, die dann verstärkt wird, wenn sich bereits Atome im Zielzustand befinden. Diese superradiante Verstärkung ist auch im Ratenmodell erkennbar, dennoch weisen die Messungen Strukturen aus, die das Ratenmodell nicht wiederzugeben vermag.

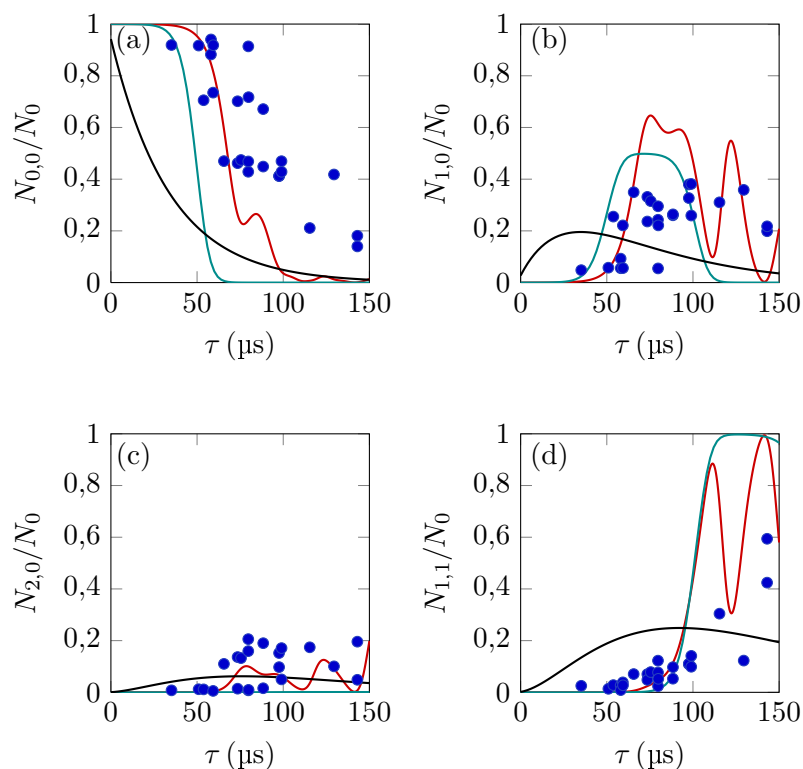


Abbildung 4.14: Atomzahl in den Impulsmoden $N_{m,n} = |c_{m,n}|^2$ mit $(m,n) = (0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$ und $(2,0)$ (von links oben nach rechts unten) aus der Messung von Abbildung 4.13 als Funktion der Zeit. Die roten Kurven sind aus den Simulationen gewonnen. Die Simulationsparameter sind dieselben wie in Abbildung 4.13. Die grüne Kurve ist die Simulation der Ratengleichungen. Auch hier sind die Parameter die selben. Die schwarze Kurve wurde ebenfalls aus den Ratengleichungen gewonnen. Allerdings wurde hier die Superradianz ausgeschaltet. Näheres dazu im Text. Die Intensität musste dafür um einen Faktor 5000 größer angesetzt werden.

4.5 Signaturen für CARL und Materiewellesuperradianz

Eine wichtige Frage ist, ob unser Experiment Signaturen von CARL und Superradianz aufweist. Um den Einfluss der Superradianz zu untersuchen, werden die Ratengleichungen (2.36) genauer betrachtet. Diese basieren ausschließlich auf superradianter Verstärkung, die Rückwirkung der Resonatorphotonen wird in diesem Modell vernachlässigt. Der Resonator geht nur in die Wahl der gestreuten Frequenzen ein. Wie man in Abbildung 4.14 sehen kann, spielt superradiante Verstärkung eine wesentliche Rolle in unserem Experiment. Die Verzögerung bei der Besetzung höherer Impulszustände lässt sich damit erklären, dass zuerst ausreichend viele Atome im Zielzustand sein müssen, bevor sich die Population dorthin begibt. Wie man in den schwarzen Kurven sieht, kann dies durch ein einfaches Modell wie Gleichung (4.14) nicht beschrieben werden. Hier zerfällt der Anfangszustand exponentiell, ohne Verzögerung. Dieses Indiz spricht dafür, dass wir es in unserem Experiment mit Superradianz zu tun haben. Um die Rolle des Resonators zu beurteilen, wurde in den Simulationen die Finesse verschlechtert. Auf diese Weise kann man beurteilen, wie groß der Einfluss des Resonators auf die Dynamik ist. In Abbildung 4.15 ist dargestellt, wie die Besetzungen der gleichen vier Impulszustände mit schlechter Finesse aussehen. Die blauen Kreuze stellen die Messungen dar, die rote Kurve die Simulation mit der tatsächlich gemessenen Finesse von 130 000. In der schwarzen Kurve wurde die Finesse auf 1000 abgesenkt. Um höhere Impulsmoden zu besetzen, musste die Pumpintensität erhöht werden auf $713 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$. Dies entspricht einer um den Faktor 10 größeren Intensität als gemessen. Man sieht, dass die Kurven schlechter zu den Messungen passen als jene mit hoher Finesse. Dies zeigt, dass der Resonator eine nicht zu vernachlässigende Rolle spielt.

Ein wichtiges Indiz für die Einordnung unseres Experiments wäre die Atomzahlabhängigkeit der Streuung. Superradiante Streuung verläuft mit N^2 , während CARL mit $N^{\frac{4}{3}}$ geht. Somit wäre dies ein gutes Unterscheidungskriterium. Leider war es im Rahmen meiner Arbeit nicht möglich, eine Atomzahlabhängigkeit zu messen, da die mit der Atomzahl einhergehende Verschiebung der Resonatorresonanz nicht einfach nachzuregeln war. Die auftretenden Atomzahlschwankungen erschweren das zusätzlich. Deswegen musste auf eine derartige Messung verzichtet werden.

4.6 Mögliche Erweiterungen des Modells

Auch das quantenmechanische Modell macht Vereinfachungen bzw. Vernachlässigungen. So gehen die Atomverluste aufgrund der Wechselwirkung der Atome mit dem Licht in der TEM₁₁-Mode nicht in das Modell ein, obwohl diese sicher nicht zu vernachlässigen sind. Man sieht den Impulsbildern deutlich an, dass es Verluste in den Atomzahlen gibt (z.B. am Halo

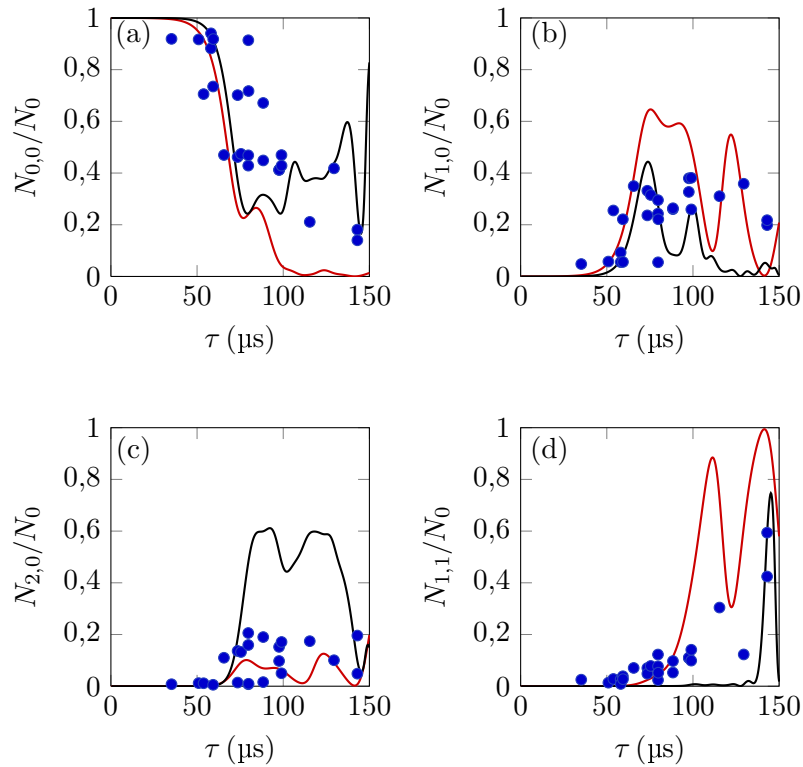


Abbildung 4.15: Atomzahl in den Impulsmoden $N_{m,n} = |c_{m,n}|^2$ mit $(m,n) = (0,0), (1,0), (1,1)$ und $(2,0)$ (von links oben nach rechts unten) aus der Messung von Abbildung 4.13 als Funktion der Zeit. Die roten Kurven sind aus den Simulationen des quantenmechanischen Modells gewonnen. Die Simulationsparameter sind dieselben wie in Abbildung 4.13. Die schwarze Kurve zeigt die selben Simulationen, allerdings mit einer schlechteren Finesse von 1000. Die Pumpintensität musste entsprechend um einen Faktor 10 vergrößert werden, um die Besetzung höherer Impulsmoden zu ermöglichen.

nichtkondensierter Atome und an der Abnahme der Atomzahl für längere Einstrahldauern und höhere Intensitäten). Bei Bildern, in denen viele Impulszustände besetzt sind, nimmt die Atomzahl deutlich ab. Dies könnte auch auf Kollisionen zurückzuführen sein, die im Modell ebenfalls nicht beschrieben werden. Die elastische Kollisionsrate beträgt $750 \frac{1}{s}$ (siehe Kapitel 3), somit macht jedes Atom in $200 \mu s$ 0,15 Stöße. Das bedeutet, dass ca. 15 % der Atome ihren Impulszustand verlassen.

Auch die Rayleighstreuung des Pumplichts in den gesamten Raumwinkel wird vernachlässigt. Diese ist aber recht groß, beträgt der Purcellfaktor der Cavity doch nur 0,4. Das bedeutet, dass nur 40 % der Photonen in die Resonatormode gestreut werden. Eventuell könnte gerade dieser Verlust der Pumpphotonen durch Rayleighstreuung den Faktor mit beeinflussen, um den die Intensität in den Simulationen abgesenkt werden muss, damit diese zu den Messungen passen. Außerdem führt die Rayleighstreuung zusätzliche Atomverluste ein, die im Modell nicht berücksichtigt sind.

5 Zusammenfassung

Diese Arbeit befasst sich mit der kollektiven Streuung von Licht an atomaren Ensembles. Der kollektive Charakter einer atomaren Wolke verändert den Streumechanismus grundlegend und es treten große Abweichung zur bisher bekannten Einzelatomstreuung auf. Auch die Gegenwart eines optischen Resonator verändert den Streuprozess drastisch.

Die Arbeit ist in zwei Teile aufgeteilt. Der erste Teil befasst sich mit der kollektiven Streuung an kalten atomaren Wolken bei Temperaturen um $10\ \mu\text{K}$. Dies sind typische Temperaturen einer MOT nach der Melassephase. Die Atome befinden sich dabei im freien Raum und werden nur durch die Lichtkräfte der MOT am Ort gehalten. Werden sie nun von einem fernverstimmtten Pumpaser beleuchtet, so übt dieser einen Strahlungsdruck auf die Atome aus, gleichzeitig aber auch eine Dipolkraft. Schaltet man nun die MOT-Strahlen ab, so bleibt ein Teil der Atome im Dipolpotential des Pumpstrahl hängen, wird aber gleichzeitig in Richtung des Pumpstrahls beschleunigt aufgrund des Strahlungsdrucks. Interessant ist nun zu sehen, wie sich der Strahlungsdruck gegenüber dem Einzelatomstrahlungsdruck ändert, wenn man Ensembles von Atomen betrachtet. Erstaunlicherweise nimmt dieser ab, wenn man die Atomzahl erhöht. Diese Abnahme des Strahlungsdrucks mit der Atomzahl konnte zum ersten Mal experimentell gezeigt werden. Die Theorie, die wir dafür entwickelten, liefert eine komplett neue Beschreibung der Strahlungsdruckkraft [Courteille10, Bienaimé10] und führte auf spannende Erweiterungen im Bereich der Mie-Streuung [Bachelard11, Bachelard].

Der zweite Teil behandelt Bose-Einstein-Kondensaten, welche sich am Ort der Mode eines optischen Ringresonators befinden. Dieses Experiment setzt eine Reihe erfolgreicher Experimente fort, die in unserem Labor durchgeführt wurden [Kruse03a, vonCube04, Slama07b, Slama07c] und die die kollektive Wechselwirkung von Atomen mit der Mode eines Resonators zum Thema haben. Bisher wurden die Atome in den Resonator geladen und anschließend mit Licht aus der Resonatormode beleuchtet. Dies hat den Nachteil, dass man das Pumplicht nicht weit von der Resonatorresonanz verstimmen kann, da sonst kaum noch Licht in die Mode eingekoppelt wird. Im aktuellen Experiment werden die Atome also von außerhalb mit Licht beleuchtet. Die Verstimmung des Pumplichts zur Resonanz des Resonators ist dank unsere Zweimodenstabilisierung beliebig einstellbar. Aufgrund der Überhöhung des Lichts im Resonator werden die Photonen in Richtung der Resonatorachse umgestreut, jedoch nur, wenn sie resonant sind. Wegen der Impulserhaltung und weil wegen des Doppler-Effekts die rückstoßverschobene Lichtfrequenz von der atomaren Geschwindigkeit abhängt, können die Atome

nun nur bestimmte diskrete Impulszustände besetzen. Die Streuung an hohen Impulszuständen wird eingeschränkt durch die schmale Linienbreite des Resonators, die nicht-resonante Photonen nicht verstärkt. Durch die Wahl der Pumplichtfrequenz relativ zur Resonanz des Resonators kann nun ausgewählt werden, welche Impulsmoden besetzt werden. Hätte man eine bessere Kontrolle der Parameter, wäre es prinzipiell möglich, durch bestimmte Pulsfolgen gezielt die gesamte Population in einen Impulszustand zu transferieren. Durch Vergleiche mit Simulationen konnte gezeigt werden, dass sowohl superradiante Verstärkung als auch CARL in den Experimenten eine Rolle spielt.

Als wichtigstes Messsignal dient in beiden Fällen die Impulsverteilung der Atome nach dem Streuprozess. Diese lässt Rückschlüsse ziehen auf den Streuprozess selbst, weil die Streuung in den hier vorgestellten Experimenten nicht isotrop erfolgt, sondern stets gerichtet ist. Dies macht sich in der Impulsverteilung der Atome nach dem Streuprozess bemerkbar. Man kann daraus lernen, in welche Richtung die Photonen umgestreut wurden. Durch die extrem gute Frequenzauflösung unseres Resonators kann die kleinste Einheit der am Streuprozess beteiligten Freiheitsgrade, nämlich $\hbar k$, aufgelöst werden. Die in dieser Arbeit vorgestellten Messungen verändern grundsätzlich das Verständnis von Lichtstreuung an atomaren Ensembles, da die Grundvorstellung von isotroper Streuung überdacht werden muss.

6 Ausblick

Ein spannendes Experiment, welches mit unserem Aufbau realisiert werden kann, ist die Dämpfung der Relativphasen zweier Kondensate. Dies wird beispielsweise benötigt, um Atomlaser kontinuierlich zu betreiben. Dort hat man das Problem, dass die Atomquelle (ein BEC) nach einer gewissen Zeit leer ist. Das Nachfüllen des BECs mit einem zweiten BEC gestaltet sich aber schwer, da die Phase der Wellenfunktionen zweier Kondensate nie die gleiche ist. Diese Phasendifferenz verhindert ein problemloses Verschmelzen zweier BECs, denn sie führt zu Heizen und Anregungen [Jo07, Buchmann09]. In diesem Kapitel soll eine Methode vorgestellt werden, wie man diese Phasendifferenz ausdämpfen kann mit Hilfe eines optischen Resonators [Jaksch01]. Dabei dient der Resonator dazu, durch Dissipation dem System Energie zu entziehen und die inneren Freiheitsgrade auszudämpfen.

Das betrachtete System besteht aus zwei Kondensaten, die sich am gleichen Ort, jedoch in unterschiedlichen internen Zuständen befinden. In unserem Fall sind das die Zustände $|F = 2, m_F = 1\rangle$ und $|F = 1, m_F = -1\rangle$, da sich beide magnetisch fangen lassen und das gleiche Magnetfeldpotential erfahren. Somit ist der räumliche Überlapp sehr gut. Außerdem lassen sich beide Zustände über Zweiphotonenkopplung ineinander überführen. In Abbildung 6.1 ist das Schema dargestellt, mit dem die Phasendämpfung erreicht werden soll.

Hat man die beiden Kondensate erzeugt, so werden sie gleichzeitig über zwei unterschiedliche Wege gekoppelt. Eine kohärente Kopplung erfolgt über einen Zweiphotonenübergang, im Bild blau eingezeichnet, welcher über die gleichzeitige Einstrahlung einer Mikrowelle und einer Radiowelle passender Frequenz realisiert wird. Die zweite Kopplung wird umgesetzt, indem der obere Zustand irreversibel an einen angeregten Zustand gekoppelt wird, welcher mittels Emission eines Photons in den Resonator in den unteren Zustand zerfällt. Das Lichtfeld dafür wird seitlich in den Resonator eingestrahlt. Die Frequenz dieses Pumplichts muss so gewählt sein, dass das emittierte Licht beim Zerfall nach $|1, -1\rangle$ genau auf eine Resonatorresonanz passt. Ist dies der Fall, so wird dieser Ramanübergang durch den Resonator stimuliert.

Die Theorie [Jaksch01] sagt voraus, dass in einem solchen System die Phasendifferenz der beiden Kondensate gedämpft wird. Das Modell beinhaltet drei wesentliche Terme: Die Energie der beiden Kondensate (kinetische, potentielle und Wechselwirkungsenergie), die kohärente Kopplung über den Zweiphotonenübergang und den über den Resonator stimulierten Ramanübergang. Aus dem Hamiltonoperator kann man mit Hilfe der Heisenberggleichungen

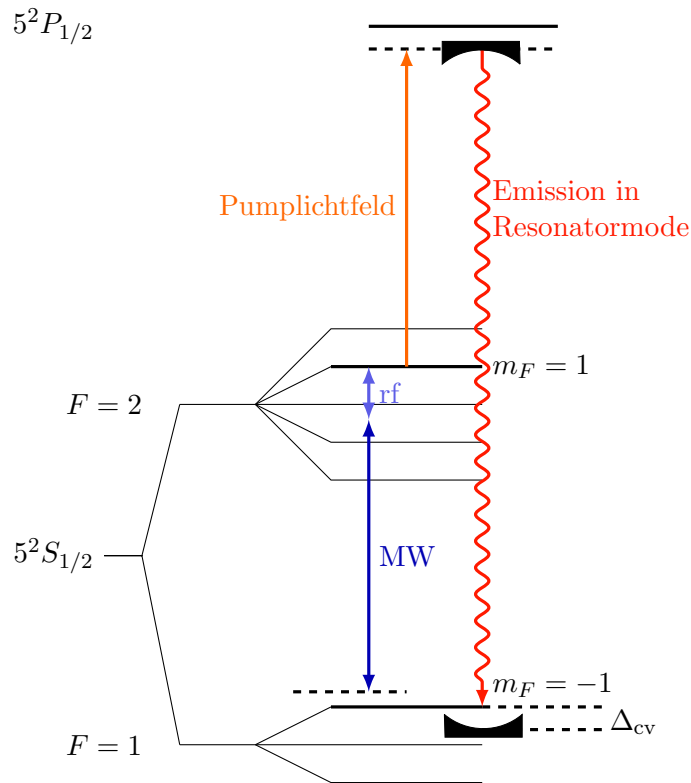


Abbildung 6.1: Schema der Phasendämpfung von Bose-Einstein-Kondensaten.

Differentialgleichungen für die Besetzungen der Zustände und der Lichtmode im Resonator aufstellen. Die genauen Rechnungen können in [Gnahm10] nachvollzogen werden. Die Differentialgleichungen können in Matlab simuliert werden. Man beobachtet für realistische Parameter eine Dämpfung der relativen Phase der beiden Kondensate. Somit scheint es realistisch, die Experimente durchzuführen.

In Vorexperimenten [Gnahm10] haben wir die Aufteilung des Kondensats in zwei Kondensate in unterschiedlichen Zuständen realisiert und die Zweiphotonenkopplung mit Mikrowelle und Radiofrequenz untersucht. Gefehlt hat bisher nur das Einstrahlen des Lichtfeldes, welches den Ramanübergang treibt. Dabei tauchte die Frage auf, wie die Atome auf nahresonantes Licht reagieren, welches vom Pumpstrahl in den Resonator umgestreut wird. Anzunehmen ist, dass ein Impuls auf die Atome übertragen wird. Dies konnte ich in meiner Arbeit in den vorhergehenden Kapiteln erfolgreich zeigen. Die Theorie vernachlässigt allerdings jeglichen Impulsübertrag. Somit ist fraglich, ob so die Phasendämpfung erreicht werden kann, wenn räumliche Anregungen dominant sind. Eventuell kann die Theorie erweitert werden, so dass der Impulsübertrag mitberücksichtigt wird. Eine andere Möglichkeit wäre, den Impulsübertrag klein zu halten, indem man zum Beispiel die Verstimmung zur atomaren Resonanz groß macht. So werden nur wenige Impulsmoden besetzt. Allerdings ist die Rabifrequenz der Kopplung an den Resonator eine kritische Größe. Ist diese zu klein, tritt keine Dämpfung auf bzw. dauert es zu lange, bis der Phasenunterschied ausgedämpft ist.

Ein anderes interessantes Experiment ist die sogenannte Subradianz, ein Begriff, welcher von Dicke vorgeschlagen wurde [Dicke54]. Hierbei handelt es sich um einen kollektiven Zustand eines Ensembles von Atomen, bei dem trotz Einstrahlung eines Pumplichtfeldes keine Streuung auftritt. Am einfachsten lässt sich dies erreichen in einem effektiven Dreiniveausystem. Ein solches lässt sich zum Beispiel in einem Experiment mit optischem Resonator realisieren [Cola09]. Die drei Niveaus werden gebildet durch drei Impulsmoden des Kondensats. Das Spannende daran ist vor allem, dass es der erste statische Zustand wäre, der in unserem kombinierten Resonator-BEC-Experiment realisiert werden könnte. Der Aufbau aus Resonator und BEC bleibt der selbe wie in meinen Experimenten. Erweitert wird er nun dadurch, dass ein zweiter Pumpstrahl parallel zum ersten eingestrahlt wird, dessen Frequenz um die doppelte Rückstoßfrequenz größer ist als die des ersten Pumpstrahls. Unter der Bedingung, dass die Linienbreite des Resonators kleiner ist als die Rückstoßfrequenz, kann das BEC nur in den ersten Impulszustand, beispielsweise $(1, 0)$, gestreut werden. Weitere Streuung ist nicht möglich, da die schmale Resonatorlinienbreite weitere Streuprozesse unterdrückt. Erst durch Einstrahlen des zweiten Pumpstrahls mit höherer Frequenz ist es möglich, die Atome in den darauf folgenden Zustand $(2, 0)$ zu transferieren. Für bestimmte Intensitätsverhältnisse der beiden Pumpstrahlen kann es nun passieren, dass ein stationärer Zustand eintritt, bei dem trotz weiterer Einstrahlung der Pumplichtfelder keine weiteren Photonen umgestreut und keine weiteren Atome in andere Impulszustände transferiert werden. Diesen Zustand bezeichnet man als subradiant. Es wird spannend zu sehen, ob es in unserem Experiment möglich ist, ihn zu beobachten. Da im Experiment die Linienbreite in der selben Größenordnung ist wie die Rückstoßfrequenz, kann es schwierig werden, so deutlich die Unterdrückung weiterer Streuung zu sehen wie vorhergesagt wurde.

A Formeltabelle

Licht

\mathbf{k}_p, ω_p	Wellenvektor/Frequenz des Pumplichts
\mathbf{k}_r, ω_r	Wellenvektor/Frequenz des gestreuten Lichts
ω_0	Frequenz des atomaren Übergangs (D ₁ -Linie)
$\Delta_a = \omega_p - \omega_0$	Verstimmung Pumplicht - atomarer Übergang
$\Delta_c = \omega_p - \omega_{\text{TEM}_{00}}$	Verstimmung Pumplicht - Resonatorresonanz
$\alpha = 37$	Einfallswinkel des Pumplichts
$E_p = \sqrt{\frac{2I_p}{cn\epsilon_0}}$	Feld des Pumplichts

Resonator

$w_{0,v} = 117 \mu\text{m}$	vertikale Strahltaile der Mode
$w_{0,h} = 88 \mu\text{m}$	horizontale Strahltaile der Mode
$w_0 = 103 \mu\text{m}$	mittlere Strahltaile der Mode
$L = 8,7 \text{ cm}$	Länge der Mode
$\mathcal{F} = 2\pi\tau \cdot \delta_{\text{fsr}} = 130\,000$	Finesse
$\kappa_c = \frac{\pi\delta_{\text{fsr}}}{\mathcal{F}} = 2\pi \times 13,6 \text{ kHz}$	Resonatorlinienbreite
$\delta_{\text{fsr}} = \frac{c}{L} \simeq 3,4 \text{ GHz}$	Freier Spektralbereich
$V = \frac{\pi}{2} L w_0^2$	Modenvolumen

Atom

$\Gamma = (2\pi) \times 5,75 \text{ MHz}$	Linienbreite der D ₁ -Linie
$I_{\text{sat}} = \frac{\hbar\omega_p^3\Gamma}{12\pi c^2}$	
$\omega_z = 2\pi \times 40,6 \text{ Hz}$	longitudinale Fallenfrequenz
$\omega_\rho = 2\pi \times 192 \text{ Hz}$	radiale Fallenfrequenz

Kopplung Licht-Atom

$d = \sqrt{\frac{3\pi\epsilon_0\hbar\Gamma}{k_p^3}}$	Dipolmoment
$g = \sqrt{\frac{d^2\omega_p}{2\epsilon_0\hbar V}}$	Einphotonenrabifrequenz
$U_0 = \frac{g^2}{\Delta_a}$	Lichtverschiebung durch ein Photon
$\Omega_p = \frac{dE_p}{\hbar} = \sqrt{\frac{\Gamma^2 I_p}{2I_{\text{sat}}}}$	Rabifrequenz des Pumplichts
$\omega_{\text{rec}} = \frac{2\hbar k_p^2}{m}$	maximale Rückstoßfrequenz
$\omega_{r1,2} = \omega_{\text{rec}} \left(\frac{1 \pm \sin \alpha}{2} \right)$	Projektion der Rückstoßfrequenz

Literatur

- [Allen75] J. H. Allen, Leslie; Eberly. *Optical resonance and two-level atoms*. Wiley, New York [u.a.] (1975).
- [Anderson95] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman und E. A. Cornell. *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*. *Science* **269**, 198 (1995).
- [Andrews97] M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle. *Observation of Interference between two Bose condensates*. *Science* **275**, 637 (1997).
- [Bachelard] R. Bachelard, Ph. W. Courteille, R. Kaiser und N. Piovella. *Mie resonances in inhomogeneous atomic clouds*. ArXiv:1109.1243v1.
- [Bachelard11] R. Bachelard, N. Piovella und Ph. W. Courteille. *Cooperative scattering and radiation pressure force in dense atomic clouds*. *Phys. Rev. A* **84**, 013821 (2011).
- [Bender10] H. Bender, Ch. Stehle, S. Slama, R. Kaiser, N. Piovella, C. Zimmermann und Ph. W. Courteille. *Observation of cooperative Mie scattering from an ultracold atomic cloud*. *Phys. Rev. A* **82**, 011404 (2010).
- [Bergeman87] T. H. Bergeman, G. Erez und H. J. Metcalf. *Magneto-Static Trapping Fields for Neutral Atoms*. *Phys. Rev. A* **35**, 1535 (1987).
- [Bienaimé10] T. Bienaimé, S. Bux, E. Lucioni, Ph. W. Courteille, N. Piovella und R. Kaiser. *Observation of a Cooperative Radiation Force in the Presence of Disorder*. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 183602 (2010).
- [Bleuse11] J. Bleuse, J. Claudon, M. Creasey, N. S. Malik, J.-M. Gérard, I. Maksymov, J.-P. Hugonin und P. Lalanne. *Inhibition, Enhancement, and Control of Spontaneous Emission in Photonic Nanowires*. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 103601 (2011).

- [Bonifacio94a] R. Bonifacio und L. D. Salvo. *Collective atomic recoil laser (CARL) optical gain without inversion by collective atomic recoil and self-bunching of two-level atoms*. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **341**, 360 (1994).
- [Bonifacio94b] R. Bonifacio, L. D. Salvo, L. M. Narducci und E. J. Dangelo. *Exponential gain and self-bunching in a collective atomic recoil laser*. Phys. Rev. A **50**, 1716 (1994).
- [Bonifacio95] R. Bonifacio und L. D. Salvo. *Analytical Theory of the Collective Atomic Recoil Laser in the FEL Limit*. Appl. Phys. B **60** (1995).
- [Brennecke08] F. Brennecke, S. Ritter, T. Donner und T. Esslinger. *Cavity Optomechanics with a Bose-Einstein Condensate*. Science **322**, 235 (2008).
- [Buchmann09] L. F. Buchmann, G. M. Nikolopoulos und P. Lambropoulos. *Role of the relative phase in the merging of two independent Bose-Einstein condensates*. Phys. Rev. A **79**, 013631 (2009).
- [Bux07] S. Bux. *Zweimodenstabilisierung eines optischen Ringresonators zur Vermeidung von Strahlungsdruck*. Diplomarbeit, Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2007).
- [Bux10] S. Bux, E. Lucioni, H. Bender, T. Bienaimé, K. Lauber, Ch. Stehle, C. Zimmermann, S. Slama, Ph. W. Courteille, N. Piovella und R. Kaiser. *Cooperative Scattering by Cold Atoms*. Journal of Modern Optics **57**, 1841–1848 (2010).
- [Bux11] S. Bux, Ch. Gnahn, R. A. W. Maier, C. Zimmermann und Ph. W. Courteille. *Cavity-Controlled Collective Scattering at the Recoil Limit*. Phys. Rev. Lett. **106**, 203601 (2011).
- [Camerer11] S. Camerer, M. Korppi, A. Jöckel, D. Hunger, T. W. Hänsch und P. Treutlein. *Realization of an Optomechanical Interface Between Ultracold Atoms and a Membrane*. Phys. Rev. Lett. **107**, 223001 (2011).
- [Carmon05] T. Carmon, H. Rokhsari, L. Yang, T. J. Kippenberg und K. J. Vahala. *Temporal Behavior of Radiation-Pressure-Induced Vibrations of an Optical Microcavity Phonon Mode*. Phys. Rev. Lett. **94**, 223902 (2005).
- [Chan11] J. Chan, T. P. M. Alegre, A. H. Safavi-Naeini, J. T. Hill, A. Krause, S. Gröblacher, M. Aspelmeyer und O. Painter. *Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state*. Nature **478**, 89 (2011).

- [Cohen-Tannoudji83] C. Cohen-Tannoudji. *Cours au Collège de France* (1982-1983).
- [Cola09] M. M. Cola, D. Bigerni und N. Piovella. *Recoil-induced subradiance in an ultracold atomic gas*. Phys. Rev. A **79**, 053622 (2009).
- [Courteille94] Ph. W. Courteille, W. N. L.S. Ma und R. Blatt. *Frequency Measurement of $^{130}\text{Te}_2$ Resonances near 467 nm*. Appl. Phys. B **59**, 187 (1994).
- [Courteille10] Ph. W. Courteille, S. Bux, E. Lucioni, K. Lauber, T. Bienaimé, R. Kaiser und N. Piovella. *Modification of radiation pressure due to cooperative scattering of light*. Eur. Phys. J. D **58**, 69–73 (2010).
- [Dalibard89] J. Dalibard und C. Cohen-Tannoudji. *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*. J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989).
- [Davis95] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. Kurn und W. Ketterle. *Bose-Einstein Condensation in an Gas of Sodium Atoms*. Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995).
- [Dicke54] R. H. Dicke. *Coherence in Spontaneous Radiation Processes*. Phys. Rev. **93**, 99 (1954).
- [Drever83] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley und H. W. Ward. *Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator*. Appl. Phys. B **31**, 97 (1983).
- [Gabielse85] G. Gabrielse und H. Dehmelt. *Observation of inhibited spontaneous emission*. Phys. Rev. Lett. **55**, 67–70 (1985).
- [Gnahm10] Ch. Gnahm. *Die Kopplung von Bose-Einstein-Kondensaten in einem optischen Ringresonator*. Diplomarbeit, Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2010).
- [Gordon80] J. Gordon und A. Ashkin. *Motion of atoms in a radiation trap*. Phys. Rev. A **21**, 1606 (1980).
- [Gott62] Y. V. Gott, M. S. Joffe und V. G. Tel'kovskii. Nucl. Fusion, Suppl. **3** (23), 1045 (1962).
- [Goy83] P. Goy, J. M. Raimond, M. Gross und S. Haroche. *Observation of Cavity-Enhanced Single-Atom Spontaneous Emission*. Phys. Rev. Lett. **50**, 1903–1906 (1983).

- [Heinzen87a] D. J. Heinzen, J. J. Childs, J. E. Thomas und M. S. Feld. *Enhanced and inhibited visible spontaneous emission by atoms in a confocal resonator*. Phys. Rev. Lett. **58**, 1320–1323 (1987).
- [Heinzen87b] D. J. Heinzen und M. S. Feld. *Vacuum Radiative Level Shift and Spontaneous-Emission Linewidth of an Atom in an Optical Resonator*. Phys. Rev. Lett. **59**, 2623 (1987).
- [Hulet85] R. G. Hulet, E. S. Hilfer und D. Kleppner. *Inhibited Spontaneous Emission by a Rydberg Atom*. Phys. Rev. Lett. **55**, 2137 (1985).
- [Inouye99] S. Inouye, A. Chikkatur, D. Stamper-Kurn, J. Stenger, D. Pritchard und W. Ketterle. *Superradiant Raleigh Scattering from a Bose-Einstein Condensate*. Science **285**, 571 (1999).
- [Jaksch01] D. Jaksch, S. A. Gardiner, K. Schulze, J. I. Cirac und P. Zoller. *Uniting Bose-Einstein Condensates in Optical Resonators*. Phys. Rev. Lett. **86**, 4733 (2001).
- [Jo07] G.-B. Jo, J.-H. Choi, C. A. Christensen, T. A. Pasquini, Y.-R. Lee, W. Ketterle und D. E. Pritchard. *Phase-Sensitive Recombination of Two Bose-Einstein Condensates on an Atom Chip*. Phys. Rev. Lett. **98**, 180401 (2007).
- [Ketterle01] W. Ketterle und S. Inouye. *Does Matter Wave Amplification Work for Fermions?* Phys. Rev. Lett **86**, 4203 (2001).
- [Kippenberg08] T. Kippenberg und K. Vahala. *Cavity Optomechanics: Back-Action at the Mesoscale*. Science **321**, 1172 (2008).
- [Kleckner06] D. Kleckner und D. Bouwmeester. *Sub-kelvin optical cooling of a micro-mechanical resonator*. Nature **444**, 75 (2006).
- [Klinner06] J. Klinner, M. Lindholdt, B. Nagorny und A. Hemmerich. *Normal Mode Splitting and Mechanical Effects of an Optical Lattice in a Ring Cavity*. Phys. Rev. Lett. **96**, 023002 (2006).
- [Krenz10] G. Krenz. *Dynamik kalter Atome in einem nichtresonant betriebenen optischen Ringresonator hoher Güte: Dämpfung und Modenunterdrückung*. Doktorarbeit, Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2010).
- [Kruse03a] D. Kruse, M. Ruder, J. Benhelm, Ch. von Cube, C. Zimmermann, Ph. W. Courteille, T. Elsässer, B. Nagorny und A. Hemmerich. *Cold atoms in a high-Q ring cavity*. Phys. Rev. A **67**:051802 (2003).

- [Kruse03b] D. Kruse, Ch. von Cube, C. Zimmermann und Ph. W. Courteille. *Observation of Lasing Mediated by Collective Atomic Recoil*. Phys. Rev. Lett. **91**:183601 (2003).
- [Leistikow11] M. D. Leistikow, A. P. Mosk, E. Yeganegi, S. R. Huisman, A. Lagendijk und W. L. Vos. *Inhibited Spontaneous Emission of Quantum Dots Observed in a 3D Photonic Band Gap*. Phys. Rev. Lett. **107**, 193903 (2011).
- [Lu11] B. Lu, X. Zhou, T. Vogt, Z. Fang und X. Chen. *Laser driving of superradiant scattering from a Bose-Einstein condensate at variable incidence angle*. Phys. Rev. A **83**, 033620 (2011).
- [Lucioni08] E. Lucioni. *Realization of a dipole trap for ultracold atoms of Rubidium and study of the collective effects*. Diplomarbeit, Università degli studi di Milano (2008).
- [Marquardt09] F. Marquardt und S. M. Girvin. *Optomechanics*. Physics **2**, 40 (2009).
- [Metzger04] C. H. Metzger und K. Karrai. *Cavity cooling of a microlever*. Nature **432**, 1002 (2004).
- [Metzger08] C. Metzger, M. Ludwig, C. Neuenhahn, A. Ortlieb, I. Favero, K. Karrai und F. Marquardt. *Self-Induced Oscillations in an Optomechanical System Driven by Bolometric Backaction*. Phys. Rev. Lett. **101**, 133903 (2008).
- [Nagorny03] B. Nagorny. *Dynamik kalter Atome in der Stehwelldipolfalle eines Ringresonators hoher Güte*. Doktorarbeit, Universität Hamburg (2003).
- [Perrin08] H. Perrin. *Les Houches lectures on laser cooling and trapping* (2008).
- [Piovella] N. Piovella. *Controlled generation of momentum states in a high-finesse ring cavity*. ArXiv:1111.2906v1.
- [Piovella01] N. Piovella, R. Bonifacio, B. W. J. McNeil und G. R. M. Robb. *Superradiant Light Scattering and Grating Formation in Cold Atomic Vapours*. Optics Communications **187**, 165 (2001). Cond-mat/0006135.
- [Purcell46] E. Purcell. *Spontaneous Emission Probabilities at Radio Frequencies*. Phys. Rev. **69**, 681 (1946).
- [Raab87] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu und D. E. Prichard. *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*. Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987).

- [Robb04] G. R. M. Robb, N. Piovella, A. Ferraro, R. Bonifacio, Ph. W. Courteille und C. Zimmermann. *Collective atomic recoil lasing including friction and diffusion effects*. Phys. Rev. A **69** (4):041403 (2004).
- [Schliesser06] A. Schliesser, P. Del’Haye, N. Nooshi, K. J. Vahala und T. J. Kippenberg. *Radiation Pressure Cooling of a Micromechanical Oscillator Using Dynamical Backaction*. Phys. Rev. Lett. **97**, 243905 (2006).
- [Scully06] M. O. Scully, E. S. Fry, Ch. H. R. Ooi und K. Wodkiewicz. *Directed Spontaneous Emission from an Extended Ensemble of N Atoms: Timing Is Everything*. Phys. Rev. Lett. **96**, 010501 (2006).
- [Slama07a] S. Slama. *Ultrakalte Atome in einem optischen Ringresonator: vom kollektiven atomaren Rückstoß-Laser zu superradianter Rayleigh-Streuung*. Doktorarbeit, Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2007).
- [Slama07b] S. Slama, S. Bux, G. Krenz, C. Zimmermann und Ph. W. Courteille. *Superradiant Rayleigh scattering and collective atomic recoil lasing in a ring cavity*. Phys. Rev. Lett. **98**, 053603 (2007).
- [Slama07c] S. Slama, G. Krenz, S. Bux, C. Zimmermann und Ph. W. Courteille. *Cavity-enhanced superradiant Rayleigh scattering with ultracold and Bose-Einstein condensed atoms*. Phys. Rev. A **75**, 063620 (2007).
- [Steck01] D. A. Steck. *Rubidium 87 D Line Data* (2001).
- [Teufel11] J. D. Teufel, T. Donner, D. Li, J. W. Harlow, M. S. Allman, K. Cicak, A. J. Sirois, J. D. Whittaker, K. W. Lehnert und R. W. Simmonds. *Sideband cooling of micromechanical motion to the quantum ground state*. Nature **475**, 359 (2011).
- [Thompson08] J. D. Thompson, B. M. Zwickl, A. M. Jayich, F. Marquardt, S. M. Girvin und J. G. E. Harris. *Strong dispersive coupling of a high-finesse cavity to a micromechanical membrane*. Nature **452**, 72 (2008).
- [vonCube04] Ch. von Cube, S. Slama, D. Kruse, C. Zimmermann, Ph. W. Courteille, G. R. M. Robb, N. Piovella und R. Bonifacio. *Selfsynchronization and dissipation-induced threshold in collective atomic recoil lasing*. Phys. Rev. Lett. **93**, 083601 (2004).
- [Wang11] Q. Wang, S. Stobbe und P. Lodahl. *Mapping the Local Density of Optical States of a Photonic Crystal with Single Quantum Dots*. Phys. Rev. Lett. **107**, 167404 (2011).

-
- [Yablonovitch87] E. Yablonovitch. *Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics*. Phys. Rev. Lett. **58**, 2059 (1987).